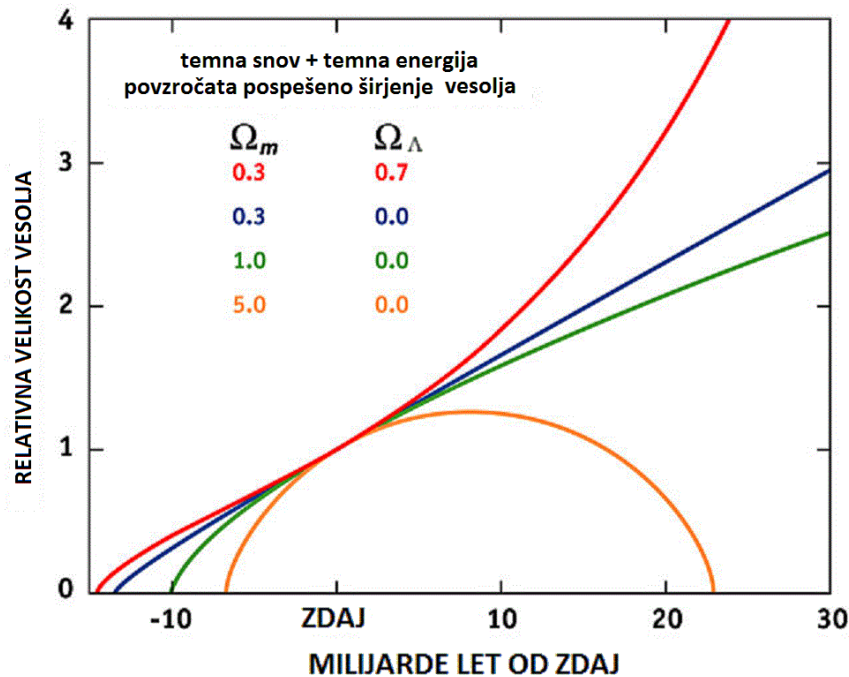


Modeli vesolja - Kuzanski, Kepler, Newton, Einstein, Friedmann, de Sitter, ...

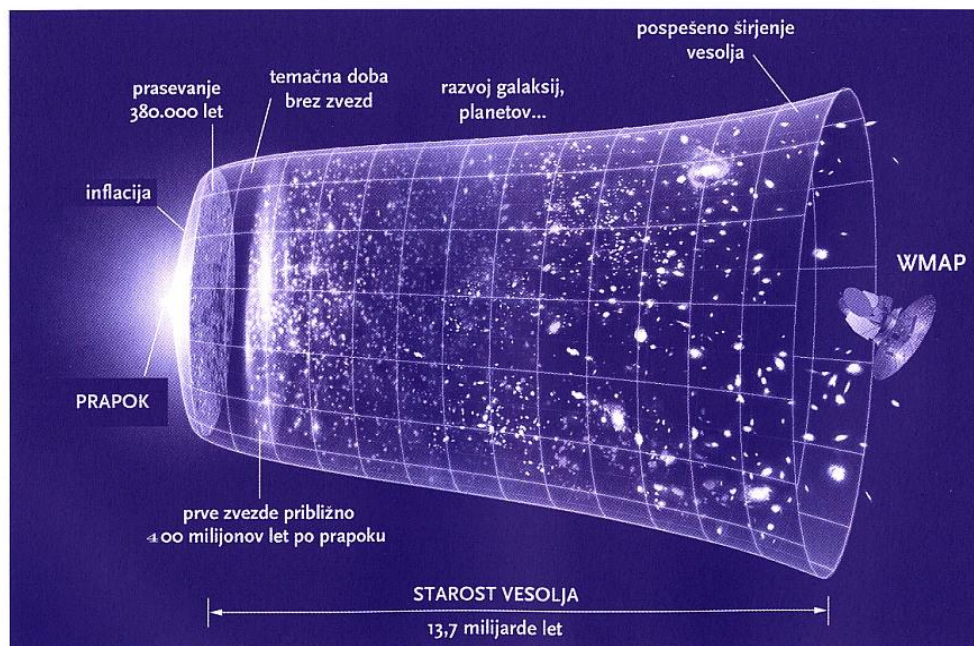
I. del: Dinamika prozornega vesolja

Vsebino občasno dopolnim! Če nimate radi matematike, preberite prvih 10 strani in zadnje 3.

RAZŠIRJANJE VESOLJA



Dinamika vesolja – krivulje velikosti vesolja v odvisnosti od časa, glede na različne scenarije.



Zgodovina vesolja (ilustracija: NASA/WMAP Science Team)

Današnji pogled na razvoj in model vesolja v grafični podobi – meritve sonde WMAP. TEKST NAS BO POSKUŠAL PRIPELJATI BLIŽJE RAZUMEVANJU ZGORNJIH GRAFOV.

Snov iz šole

Tekst predvideva, da nam je iz srednje šole ostalo v spominu vsaj nekaj razumevanja osnovnih pojmov, kot so: *masa (m), pot(s), čas(t), hitrost ($v=ds/dt$), pospešek ($a=d^2s/dt^2$ ali vektorski zapis *pospeška preko zunanjih sil na telo z maso m : $\vec{a} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n)/m$), energija (označena z W ali E), kinetična ($E_k = W_k = mv^2/2$) in potencialna energija ($E_p = -GMm/R$), sila gravitacije med krogelno (sferno) simetričnima telesoma ' M ' in ' m ' na razdalji R ($F_g = GMm/R^2$), sevanje, moč in energijski tok (P ali $L = dE/dt$), gostota energijskega toka (za zvezdo velja $j = L/S = L/(4\pi R^2)$), Stefanov zakon o sevanju črnega telesa ($j = L/S = \sigma T^4$), paralaksa (recimo - gibajoč opazovalec opazi, da se bližnji predmeti premaknejo glede na oddaljene predmete), valovanje ($c = \lambda v$), valovna dolžina (λ), frekvenca ($v = 1/t$), hitrost svetlobe ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = \lambda v$), energija svetlobnega delca – fotona ($E_f = h\nu$ - h je Planckova konstanta), svetlobno leto, spekter, prizma (lomi svetlobo po barvah, valovnih dolžinah), model atoma, volumen krogle ($V = \frac{4}{3}\pi R^3$), gostota ($\rho = m/V$), osnove odvajanja ($d(x^3)/dx = 3x^2$) in integriranja ($\int x^2 dx = x^3/3$), risanje grafov, logaritem ($\log(10^x) = x$), pojem zvezde (plin se zaradi lastne teže združi v razbeljeno kroglo, v sredici katere se lažja atomska jedra zlivajo v težja, razlika v masi m gre v energijopreko znane povezave $E = mc^2$...) in galaksije, pojem temperature ($E_k = mv^2/2 = 3kT/2$), Dopplerjev pojav (sprememba frekvence ali valovne dolžine zaradi gibanja $\lambda' = \lambda + vt = \lambda + v\lambda/c$), pojem sorazmernosti ($\propto$), da poznamo enote [m , s , nm , K , m/s , m/s^2 , N , J , W , kg , Pa , V , As , $sv.l.$, ae , W/m^2 ...]. Zelo pomembne so tudi povezave med delom (W), toploto (Q), temperaturo ter notranjo energijo U in sicer ($\Delta U = \delta Q + \delta W$), tukaj je še pojem entropije ($\delta Q = \delta Q/T$), ki se pri reverzibilnih (ponovljivih) spremembah ohranja, pri ireverzibilnih (nepovratnih) spremembah pa se večja (tako se zdi, da se v vesolju entropija večja, ena izmed razlag entropije trdi, da ker se s časom entropija večja, se večja tudi nered - okrog pojma, interpretacije, entropije je med znanstveniki veliko napetosti, kateri opis je pravilnejši). Omenimo še Heisenbergovo načelo nedoločenosti, ki v svetu kvantne mehanike (svet atomskih delcev) poda dejstvo, da je recimo nemogoče hkrati natančno pomeriti (določiti) lego delca in njegovo hitrost (gibalno količino: $\Delta x \Delta p \geq h/4\pi$) ali energijo delca točno v danem trenutku, to se zapiše kot $\Delta E \Delta t \geq h/4\pi$ (zadnji izraz ima za mnoge izjemen pomeni, saj lahko sklepamo, da se je vesolje začelo s kvantno fluktuacijo, ko se je za delček trenutka Δt pojavil paket energije ΔE z delci in antidelci, nakar se je simetrija med delci in antidelci podrla in nastalo je vesolje, kjer prevladuje materija nad antimaterijo, tako smo nastali tudi ljudje ...) ... Zagotovo nam med izobraževanjem niso predstavili navideznega sija zvezd (izraženega v magnitudah [m] – fiziološki občutek svetlosti, ki ga zaznamo z očesom) v povezavi z gostoto svetlobnega toka. Že antični astronomi so svetlost zvezd razdelili na 6 magnitud (zvezde prve magnitude spadajo med svetlejše, šeste magnitude pa komaj vidne s prostim očesom). Danes smo to razdelitev v grobem ohranili in hkrati poiskali povezavo med magnitudo ' m ' in gostoto energijskega toka ' j ' - za razmerje med tokoma j_1 in j_2 in njunima magnitudama m_1 in m_2 velja zveza:**

$j_1/j_2 = 10^{-0.4(m_1 - m_2)}$. *To povezavo bomo še kako rabili pri razumevanju zadnje teorije, ki s pomočjo meritev oddaljenosti supernov (preko magnitude in hitrosti z metodo Dopplerjevega premika spektralnih črt) pravi, da se vesolje širi pospešeno.*

Zagotovo bi nam moral, iz šolskih let, v zavesti tleti tudi pojem razširjajočega se vesolja, velikega poka, ... A ker se nas večina o naravi, dinamiki vesolja ni učila – le zakaj ne (?) – je nadaljevanje prispevka namenjena prav tej temi.

Nekaj vprašanj na temo vesolja

Kako torej živi vesolje, ki ga sestavljajo prah, plini, vroče zvezde – večinoma goreče plinaste krogle (nekatero obdane tudi s planeti, kot naše Sonce), galaksije, v katerih se združuje nekaj 100 milijard zvezd [naša Rimska cesta ima premer približno 100 000 svetlobnih let], jate galaksij, sevanje, ... Umesna so tudi vprašanja, koliko je staro vesolje, kako veliko je vesolje, ali se vesolje spreminja, kako je in bo živelo – kako bo živel ta naš rod in kdo so žene in možje, ki se že tisočletja trudijo in raziskujejo ta naš oddaljeni svet na »skali« več milijard svetlobnih let, ki gledajo milijarde let v

preteklost (vesolje je časovni stroj), ki si upajo napovedovati razvoj zvezd in vesolja za čase, ko našega rodu zagotovo več ne bo, ...

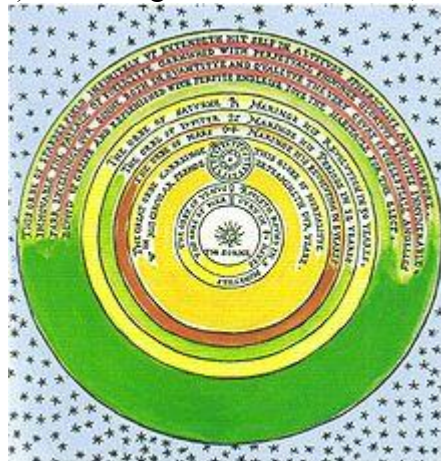
Civilizacija in astronomija – čutila in resničnost

Od kdaj sistematično spremljamo dogodke na nebu, ni enoznačnega odgovora. Zagotovo pa je pojav poljedelstva zahteval setveni koledar in s tem sistematično spremljanje periodičnih dogodkov na nebu. Pred 8000 leti, ko je razvoj poljedelstva že bil v polnem razmahu, je bilo pomladišče v ozvezdju Bika in od tod tudi izhaja arheologom znano dejstvo, da je večina starih civilizacij slavila bika kot mitološko bitje plodnosti, pomladi – novega začetka, setve [mitreji na Ptuj in v okolici so dejansko svetišča bika]. To je eden prvih dokaz, da so ljudje začeli sistematično opazovati nebo in povezovati zvezde v like - v ozvezdja – ki so glede na pojavljanje na nebu, pomenila nebesni koledar. Naši predniki so torej zelo logično povezovali dogajanje na nebu z dogajanjem na Zemlji. Od tod seveda izhaja tudi zvezdni živalski ali zodiakalni krog navideznega gibanja Lune, planetov, Sonca. Potrebe po beleženju pridelkov, zapisov koledarja, merjenjih obdelovalnih površin, itn so rodile pisavo – izjemno pomemben temelj razvoja civilizacij in znanosti. Seveda je bil razvoj govora prva točka preloma k modernemu človeku - človek govori v današnjem pomenu te besede že najmanj sto do dvesto tisoč let (pomembna je bila pokončnost človeka – posledično je razvoj anatomije govornega aparata omogočil govorjenje, možgani pa tvorjenje in razumevanje govora).

V zgodovinskih pisnih virih je težko ločiti, kje in kdaj se začne znanost, astronomija in kje literatura, religija, poezija. Naši prvi poskusi opisa sveta, vesolja, začetkov stvarstva so, če gledamo brez predsodkov, zajeti v svetih spisih na različnih koncih sveta. Religiozne knjige so torej, poleg čisto verskih, etičnih, političnih, ekonomskih in socioloških ciljev, vsebovale prve kozmologije. Tudi če se danes nasmihamo njihovi (takratni) razlagi, pa je bil to temelj bodočih razmišljanj in predvsem raziskovanj (v potrditev ali zanikanje trditev iz svetih spisov). Ne smemo pa pozabiti tudi na izjemno pomemben simbolni in intuitivni vidik svetih tekstov, ki so temelj abstraktnega razmišljanja, brez katerega ni moderne znanstvene paradigme. Znan citat »... prah si in v prah se povrneš ...« je moč razlagati na več načinov. Zagotovo pa v sebi skriva veliko potencialno interpretativno moč in sama misel o prahu ni daleč od resnice, ki jo danes razkriva moderna astrofizika in tudi kozmologija. Astrofizika nas je poučila, da smo zagotovo nastali iz zvezdnega prahu (težji elementi od vodika večinoma nastajajo v sredicah zvezd in pri eksplozijah supernov), in da se na nek način v zvezdni prah tudi vračamo – če pogledamo časovno skalo v milijardah let, to dobesedno velja. A to ne pomeni, da lahko z današnjega vidika, z metodo relativizacije znanstvene interpretacije, damo prav vsem trditvam v starih spisih – NE. Je ravno obratno – vse stranpoti in intuitivna tipanja ter logika »samoumevnosti« videnega v starih tekstih, so bili (protislovno, kljub zmotam) temelji za današnjo sliko vesolja. Zakaj smo dali besedo »samoumevnost« v narekovaja - »samoumevnost« videnega nas namreč lahko zelo prevara (preslepi). Recimo dejstvo, da se Zemlja vrti in potuje okrog Sonca, je bilo ljudem zelo, zelo težko sprejeti – ker se tega v vsakdanji izkušnji čutil ne zazna – saj ne na trivialen način. Iz »samoumevnosti« tudi izhaja dejstvo, da je Luther, sam reformator, velikemu znanstvenemu reformatorju Koperniku očital, da bodo bedaki vso astronomsko znanost postavili na glavo – saj da zagovarjajo misel o potovanju Zemlje okrog Sonca. Kar pa je bilo za večino, glede na takratni razvoj fizike in astronomije, nemogoče uskladiti z vsakdanjo izkušnjo – ki nas (napačno) prepričuje, da vendar ta nas svet miruje, če ne, bi ... Da pa je svet okrogel, vemo že iz antike (iz Eratostenovi meritev polmera Zemlje, iz različne lege in vidnosti ozvezdij glede na položaj na Zemlji, iz podnebnih pasov – višine Sonca, ...) in temu ni nasprotoval nobeden ugleden učenjak (zahodnega izročila) v zadnjih 2000 letih. To dejstvo izhaja tudi iz znamenite srednjeveške astronomske knjige - "Tractatus de Sphaera" - Johna iz Holywooda (to izjemno bogastvo stare astronomije hrani tudi knjižnica Frančiškanskega samostana Kostanjevica pri Novi Gorici).

Zgolj koščki iz kozmoloških teorij - do standardnega modela vesolja

Veliko je bilo (tudi anonimnih) mož in žena, ki so tlakovali pot do današnje znanstvene podobe sveta – vesolja. Tudi zmot in zamer ni manjkalo. Naštejmo nekatere osebe, ki so bolj ali manj uspešno gradile današnje vedenje o vesolju, so (dokaj) pravilno sklepale o dinamiki bližnjega sveta (Sončevega sistema) in oddaljenega sveta (vesolja kot celote). Že v antiki (delno pitagorejci Hiket, Ekfant, Heraklit Pontski, ..., tudi Filolaj, vsekakor pa Grk Aristarh) in v srednjem veku (Nicole Oresme - 14. stoletje in Nikolaj Kuzanski - 15. stoletje) so zagovarjali heliocentrični sistem. Sledil jim je Kopernik, izjemen Kepler, Galilei, ... Velik evolucijski preskok pomeni iznajdba teleskopa (najverjetneje Lippershey). Sledijo Hook, Newton (do konca oblikuje gravitacijski zakon), Huygens (1659 izpelje izraz za *centripetalno silo*: $F_r = m \cdot v^2 / r$). Vsekakor ne moremo mimo Einsteina ($E = m \cdot c^2$...), Henriette Swan Leavitt (povezava med frekvenco kefeid in sijem), Hubbla (odkrije, da se vesolje širi), Zwickeja (na sledi temni masi) in seveda dveh izjemnih Slovencev - Jožefa Stefana ($j = \sigma \cdot T^4$) in Hermana Potočnika (pionir poletov v vesolje). Pa še koga bi morali omeniti, nekateri še pridejo v naš tekst.



Ilustracija kopernikovega Vesolja iz knjige Thomasa Diggesa – leto 1576.

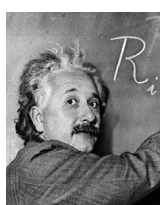
Sledi kratek povzetek oseb in teorij, ki so z opazovanji, predvsem pa na začetku z bolj ali manj posrečeno intuicijo, prispevali k današnjemu modelu vesolja – ki nikakor ni dokončen. Po vrsti si sledijo: Aristarh, Ptolemaj, Oresme, Kuzanski, Kopernik, Brahe, Kepler, Galilei, Huygens, Hooke, Halley, Newton, Bessel, gospa Henrietta Swan Leavitt, Einstein, de Sitter, Friedmann, Lemaître, Hubble, Gamov, Hoyle, Penzias, gospa Vera (Cooper) Rubin, Alan H. Guth, »Perlmutter, Schmidt in Riess«. Sledijo slike v enakem vrstnem redu in nato kratek povzetek njihovih dognanj.



Aristarh - ni sli



Hooke - ni sli





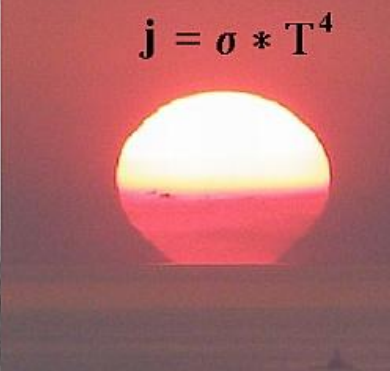
Letnice, imena in spoznanja:

- 310 pr. Kr. - okoli 230 pr. Kr. : Aristarh predlaga geocentrični in tudi heliocentrični sistem - vesolje.
- 168 : Ptolemaj privzame geocentrično sliko vesolja (slika deluje matematično solidno, a je daleč od dejanske dinamike, takratni argument za Zemljo v središču je - s prostimi očmi nezaznavna paralaksa zvezd).
- 1320 – 1382 : Oresme dopušča tudi heliocentrični sistem - bolj smiselno se mu zdi, da okrog masivnejšega Sonca potujejo manjši planeti, a sprejema tudi, takrat splošno uveljavljeno, geocentrično sliko vesolja.
- 1401 – 1464 : Nikolaj Kuzanski je v »Učeni nevednosti« zatrjeval, da se Zemlja vrti okoli svoje osi in kroži okoli Sonca, da v vesolju ni nobenega zgoraj ali spodaj, da je svetovje brezmejno, da so zvezde druga sonca in vežejo nase druge naseljene svetove.
- 1514 : Kopernik še enkrat (po antiki, Orsemu, Kuzanskem, ...) predlaga heliocentrično sliko vesolja.
- 1588 : Tychycho Brahe nastopi proti heliocentričnemu modelu, ker pri opazovanjih zvezd ne opazimo paralakse (ravna podobno kot Aristotel); predlaga sliko, da Sonce kroži okrog Zemlje, planeti pa okrog Sonca.
- 1609 : Johannes Kepler – izpelje zakone gibanja planetov: so ključni za potrditev Kopernikovega (seveda tudi Kuzanskejevega in Orsemovega) heliocentričnega modela - planeti se premikajo po elipsah in ne krogih (leta 1618 zapiše tretji zakon: $T^2/a^3 = konst$, ki je že vseboval pot do gravitacijskega zakona).
- 1610 : Galilei s teleskopom odkrije lune, ki krožijo okoli Jupitra: hud udarec za Ptolemajev geocentrični model.
- 1659 : Huygens, izpelje izjemno pomemben izraz za centripetalno silo: $Fr = m \cdot v^2/r$.
- Hooke (1635 - 1703) : sklepa, da je gravitacijska sila odvisna od $1/r^2$.
- 1684: Halley komunicira z Newtonom in mu predlaga določene pomembne rešitve pri matematičnem opisu gibanja nebesnih teles.
- 1687 : Newton objavi »Philosophiae Naturalis Principia mathematic« (zapis gravitacijskega zakona $F_g = G m_1 m_2 / r^2$ m1*---->-----r-----<-----* m2).
- 1838 : Bessel izmeri paralakso zvezde 61 Laboda, tako tudi dokaže, da zvezda leži daleč onstran solarnega sistema, in da Zemlja potuje »okrog« Sonca (pade eden zadnjih dvomov, ki so še držali geocentrizem pri životarjenju),
- 1908 : gospa Henrietta Swan Leavitt odkrije povezavo med izsevom in frekvenco utripanja zvezd kefeid, odpre se pot za merjenje razdalj do galaksij (Hubblevega zakona o širjenju vesolja).
- 1915 : Einsteinova splošna teorija relativnosti opiše vesolje kot celoto.
- 1917 : de Sitter reši Einsteinove enačbe gravitacijskega polja v katerih je napetostni tenzor 0, kjer je gostota mase nič in, ki je nakazovala eksponentno razširjanje Vesolja, »z dinamiko brez snovi«; to je bil presenetljiv rezultat in po Hubblovih meritvah ga je sprejel tudi Einstein sam; podobne sklepe ob inflacijski teoriji potrebujejo kozmologi spet čez 70 let in jih načelno uporabijo.
- 1917 (1922) : **Friedmann** zapiše enačbo širitve vesolja z maso (ena izmed izpeljank enačbe je: $H^2 = 8 \pi G \rho / 3 - k c^2 / R^2$).

- 1927 : Georges Lemaître (duhovnik) objavi svojo novo idejo, da se vesolje širi (prvi izpelje Hubblov zakon in poda prvo opazovalno oceno Hubblove konstante).
- 1929 : Hubble dokaže, da so določene meglice (galaksije) daleč izven naše galaksije, in da se oddaljujejo od nas s hitrostjo, ki linearno narašča z oddaljenostjo R ($v = HR$).
- 1932: Zwicky, preko opazovanja dinamike jate galaksij v Berenikinih kodrih, pride na sled temni masi.
- 1948 : Gamov uvede začetno singularnost.
- 1948 : Hoyle skuje stavek "veliki pok" (čeprav je sam zagovarjal stacionarno vesolje).
- 1964 : Penzias in Wilson odkrijeta mikrovalovno ozadje - prasevanje vesolja iz časov velikega poka (tako so zavrnilo Hoylov statični model vesolja).
- 1975 : gospa Vera (Cooper) Rubin pomeri hitrosti na robu galaksij in tako pride do t. i. "ravnih krivulj vrtenja«, to je, po Zwickeju, eden najneposrednejših in najbolj čvrstih dokazov o t. i. temni snovi (rezultate objavi skupaj s sodelavcem Fordom).
- 1980 : Alan H. Guth predlaga zamisel o inflaciji vesolja - faza eksponentnega (bliskovitega) razširjanja (tako bi tudi lažje razložili enakost vesolja v vseh smereh) - posledica hitrega širjenja morajo biti tudi gravitacijski valovi, ki bi lahko zasukali ravnino polarizacije mikrovalovnega ozadja; na sledi teh valov je tudi Seljakova metoda iskanja zasuka polarizacije mikrovalov ozadja - prasevanja.
- 1998 : Perlmutter, Schmidt in Riess - dve skupini - eno je vodil Perlmutter, v drugi sta delovala Riess in Schmidt, sta tekmovali v kartiranju vesolja, odkrili sta, da se vesolje pospešeno širi. To sta dokazali z opazovanjem svetlobe oddaljenih supernov tipa Ia, ki so šibkejše od pričakovanih (izračunov iz Dopplerjevega rdečega premika). Projekt se je imenoval - »The Supernova Cosmology Project«. Gre za okoli 50 supernov, ki so svetile zelo šibko. Zamisel, da se vesolje širi pospešeno, je elegantna rešitev problema svetlosti supernov, a je po drugi strani zelo radikalna ideja. Šele ko sta obe skupini prišli do enakih sklepov, je teorija dobila potrditev v znanstveni srenji.

Sedaj velja dopolnjena **Friedmannova enačba** - opis vesolja s kozmološkim členom ($\Lambda c^2/3$), ki vesolje pospešuje: $H^2 = 8 \pi G \rho / 3 - k c^2 / R^2 + \Lambda c^2/3$

Kaj pa prispevek Slovencev? Omenimo fizika **Uroša Seljaka** in **Jožefa Stefana** (* 24. 3. 1835, † 7. 1. 1893), ki je **prvi na svetu** pravilno ocenil temperaturo površine **Sonca** (današnja ocena je 5780 K) – in sicer **iz lastnega zakona o sevanju črnega telesa**. Njegov zakon je danes nepogrešljiv pri modelih življenja zvezd in pri opisu vesolja kot celote. Več v nadaljevanju.

		To je edini osnovni naravni fizikalni zakon, ki se imenuje po kakem Slovincu: $j = \sigma * T^4$ Iz Stefanovega zakona izhaja enačba za časovno odvisnost temperature vesolja (bomo 'izpeljali'): $T = T_0 (t_0/t)^{2/3}$ Stefan in Vega imata na Luni svoja kraterja.
---	---	---

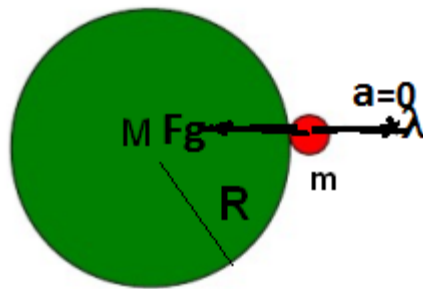
Naslednji stavki temu **pritrjujejo**. Točne meritve prasevanja so za **fizikalno kozmologijo** zelo pomembne, saj mora vsak model Vesolja pojasniti to sevanje. Prasevanje ima toplotni spekter absolutno črnega telesa pri temperaturi 2,7277 K ($j = \sigma * T^4$), tako da je njegov vrh (velja za spektralno gostoto sevanja na enoto frekvence po Planckovem zakonu) v mikrovalovnem delu s frekvenco 160,4 GHz, kar odgovarja valovni dolžini 1,870 mm - ostanek prapoka. Če vzamemo gostoto na enoto valovne dolžine, bo po Wienovem zakonu vrh pri valovni dolžini 1,062 mm, kar odgovarja frekvenci 282,2 GHz. Več v nadaljevanju.

O dr. Urošu Seljaku pozneje – je v špici zadnjih (nekoliko nepričakovanih) dognanj o potrditvi inflacije vesolja (izjemno hitri širitvi) in detekciji gravitacijskih valov.

Ali lahko razumemo moderno sliko vesolja s srednješolskim znanjem, poskusimo

A) KONSTANTNO VESOLJE

Sila gravitacij, teže - je privlačna sila med deli vesolja – ali bi končno vesolje moralo zaradi lastne teže kolapsirati? Če pogledamo v vesolje, se zdi, da so zvezde več ali manj zmeraj na istem mestu. Saj tako se je zdelo do leta 1917 (navidezna statičnost vesolja je bila tudi problem za Newtona – ki pa recimo na kroženje zvezd, kot možnega modela vesolja, najbrž ni pomislil). Pa mi začnimo z nadvse preprostim modelom. Naj bo zelena krogla vesolje z maso M , rdeča pika pa neko nebesno telo na robu vesolja. Če predpostavimo, oziroma se naslonimo zgolj na čutila, ki »pravijo«, da se razdalje med zvezdami bistveno ne spreminjajo, da je torej njihov pospešek $a = 0$, tudi hitrost bi naj bila nič (danes vemo, da se vesolje celo pospešeno širi), je za pričakovati, da silo teže uravnoveša neka druga njej nasprotna sila – recimo kozmološka sila. Tako nekako je leta 1917 sklepal tudi Einstein (v skladu z razumom do takrat videnega dogajanja ...).



Einstein 1917 seveda ni vedel za širjenje vesolja (kot Aristotel ni priznal Zemljinega gibanja okrog Sonca, ker tozadevno ni zaznal učinka paralakse) in je menil, da mora težo uravnovežiti (uravnovesiti) neka sila, ki jo je poimenoval kozmološka konstanta λ ali Λ . Zelo preprosto povedano torej velja:

$$\gg F_g - \Lambda = 0 \ll$$

Bolj učeno pa je Einstein to zapisal kot:

Einsteinov tenzor + Λ * metrični tenzor = $(8\pi G\rho/c^4)$ * napetostni tenzor

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} \Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}$	- je Einsteinov tenzor (R je Riccijev skalar ukrivljenosti)
$R_{\mu\nu}$	- je Riccijev tenzor ukrivljenosti prostora
$T_{\mu\nu}$	- je tenzor energije in gibalne količine
$g_{\mu\nu}$	- je metrični tenzor, v posebni teoriji relativnosti je ta tenzor za prostor

$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{bmatrix}$	čas (t,x,y,z) kar enak $g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow ds^2 = -(c*dt)^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$
---	---

Kot bomo videli, postulat statičnega vesolja kmalu zamajejo argumenti meritev in sama 'mat-fizika'.

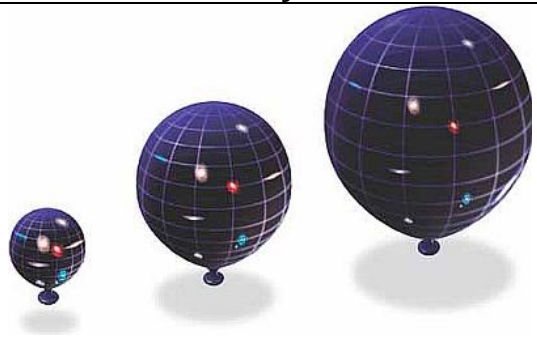
Še beseda glede vektorjev in tenzorjev (ni trivialno pa vendar) – vsak vektor je tudi neke vrste tenzor, ni pa vsak tenzor tudi vektor. Tenzor je matrični zapis, ki recimo opiše lastnosti neke snovi (recimo prevodnost toplote, električnega toka, ..., ki za dani objekt, predmet ni nujno enaka v vseh smereh, zaradi nehomogenosti materialov, ...). Tozadevno je vsak tenzor, ki ni vektor, krajevno strogo vezan na telo, sistem – kar recimo za vektor ne velja (ga recimo lahko zaporedno premaknemo). Tudi polje gravitacije ima lahko v različnih smereh različne vrednosti – zato se dinamika vesolja v splošnem opisuje s tenzorji.

Omenimo še izjemno pomembno kozmološko načelo, ki pravi, da ima vesolje v vseh točkah in v vseh smereh enake lastnosti.

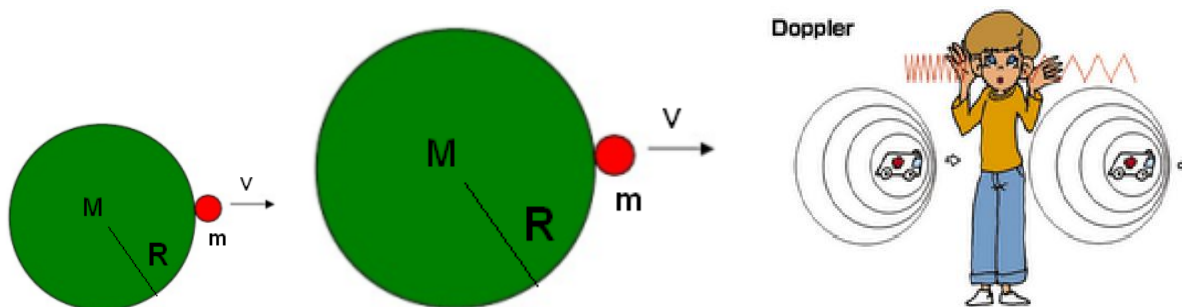
Pa še načelo, da je hitrost elektromagnetnega valovanja (c) maksimalna hitrost s katero lahko potujejo informacije - energija: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. V tem primeru je hitrost lokalni pojem v prostoru in času.

No - drugače je pri relativnih gibanjih – ko recimo govorimo o »širitvi prostora« med galaksijami. Zaradi oddaljevanja (približevanja) galaksij, lahko izmerimo relativne hitrosti večje od hitrosti svetlobe – a to ne pomeni, da smo recimo sposobni energijo pošiljati s hitrostjo, ki presega svetlobno. Eno je hitrost signala, drugo pa meritev relativne hitrosti v razširjajočem vesolju. Večina učbenikov poda kot zgled za ta pojav (»paradoks« hitrosti večjih od svetlobe) primer dinamike dveh mravelj, ki se premikata na napihajočem balonu. No sam prostor-čas pa se lahko širi veliko hitreje od svetlobe – to predvideva teorija inflacije mladega vesolja, ki se je za »trenutek« širilo hitreje od svetlobe.

Dinamika na površini napihajočega balona je lep primer za lažje razumevanje, razlago, kozmološkega načela, dinamike vesolja nasploh. V vseh smereh so namreč, na površini napihajočega balona, lastnosti enake, nikjer ni centra in dominantne smeri, ni roba, itn. Tudi Hubblova zakon ($v_{gal} = H \cdot \text{razdalja}_{gal}$) se da nazorno utemeljiti z vajo napihovanja balona in merjenjem razdalj med točkami površine balona v odvisnosti od časa.



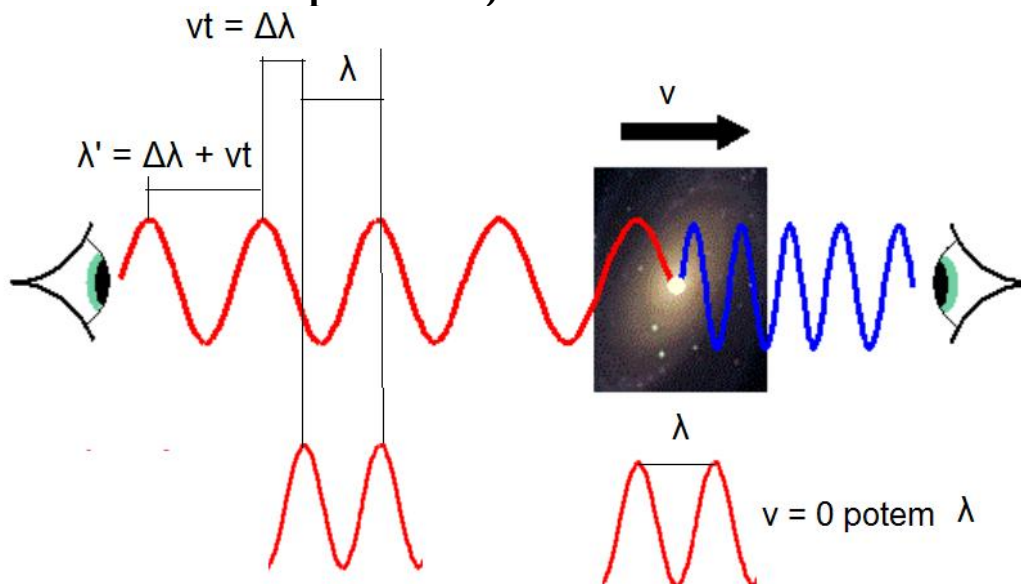
B) DINAMIČNO VESOLJE



Kaj se je zgodilo, ko je de Sitter 1917 našel eno izmed rešitev Einsteinovih enačb, ki je dopuščala tudi širitev vesolja, in ko je Hubble odkril (v 1920-tih, še pred njim je idejo o širitvi vesolja objavi Belgijec Lemaître) povezavo med hitrostjo in oddaljenostjo galaksij:

$$V = HR$$

Ta zakon lahko zapišemo še v drugi obliki: $dR/dt = HR$ ali tudi $H = (dR/dt)/R$. Einstein je nato umaknil kozmološko konstanto in jo imenoval za svojo "največjo zmoto" ("It was the biggest blunder of my life." - a ne pozabite je, ker jo bomo začuda še srečali in uporabili ...!)



Kako so pa ugotovili, da se vesolje širi (?) - preko podaljšanja valovne dolžine ($\Delta\lambda$) svetlobe z valovno dolžino λ iz oddaljene galaksije. Večina valovnih dolžin iz galaksij se podaljša. Ker ima rdeča barva najdaljšo valovno dolžino v vidnem delu elektromagnetnega spektra [380 nm do približno 780 nm], poimenujemo podaljšanje valovne dolžine, zaradi oddaljevanja galaksij, **rdeči premik**. Pojav je poznan tudi kot t. i. Dopplerjev efekt. Obstaja še gravitacijski rdeči premik, a o tem pozneje. Galaksiji s hitrostjo v glede na opazovalca, se podaljša valovna dolžina (za $\Delta\lambda$) oddane svetlobe – in sicer v času t prehoda valovnih maksimumov, glej sliko, za vrednost $vt = \Delta\lambda$. Iz tega izhaja nekaj pomembnih sklepov.

Najprej ponovimo nekaj pojmov

Za svetlobo velja: hitrost $c = \lambda/t = \lambda v = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Frekvenca je: $v = 1/t$

$\lambda' = \lambda + vt = \lambda + v\lambda/c$

$v\lambda/c = \lambda' - \lambda = \Delta\lambda$

$$v/c = \Delta\lambda/\lambda$$

Razmerje v/c imenujemo **rdeči premik** in ga označujemo s črko "**z**", velja če je razmerje $v/c \ll 1$:

$$\mathbf{z = v/c = \Delta\lambda/\lambda}$$

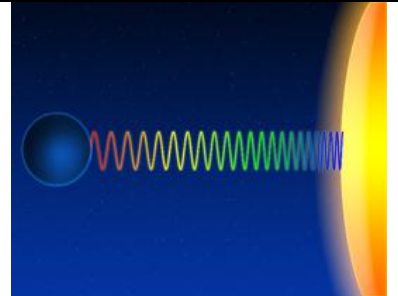
Za velike hitrosti velja relativistična povezava:

$$1 + z = (1 + v/c)\gamma = ((1 + v/c)/(1 - v/c))^{1/2}$$

Gravitacijski (Einsteinov) rdeči premik se zapiše kot:

$$1 + z = 1/(1 - (2GM/(Rc^2)))^{1/2}$$

Je neposredna posledica gravitacijske dilatacije časa, saj se frekvenca elektromagnetnega sevanja zmanjša pri prehodu na območje višjega gravitacijskega potenciala. Večinoma je ta prispevek za galaksije minimalen glede na efekt premika galaksij. Člen ' $1-(2GM/(Rc^2))$ ' bomo srečali tudi pri vaji o dinamiki dveh teles.

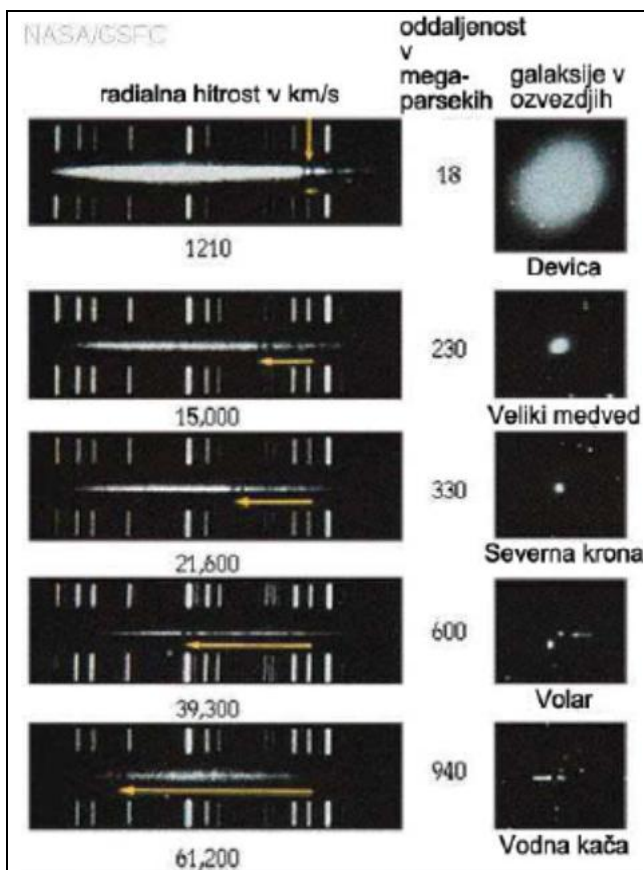


Sedaj lahko Hubblov zakon ($\mathbf{V = HR}$) preoblikujemo, oziroma zapišemo rdeči premik s Hubblovim zakonom:

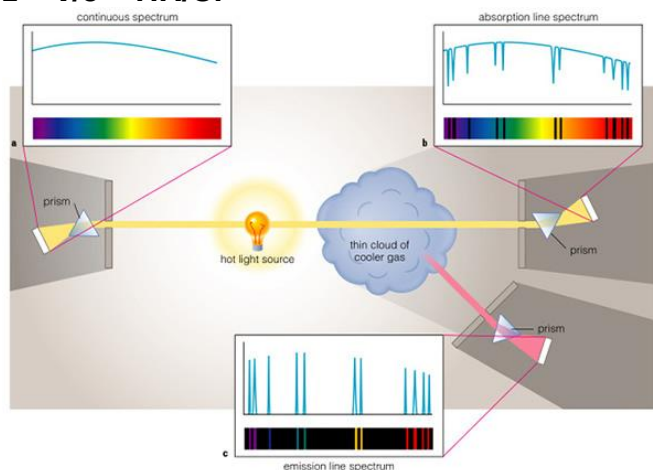
$$\mathbf{z = v/c = \Delta\lambda/\lambda = HR/C = Ht}$$

Poglejmo še povezavo med valovno dolžino $\lambda' = \Delta\lambda + \lambda$, ki se zaradi širjenja vesolja daljša in t. i. polmerom vesolja R – količini sta sorazmerni. Iz zveze $\Delta\lambda/\lambda = HR/C$ sledi, da je $\Delta\lambda$ OZ. $\lambda' \propto R$.

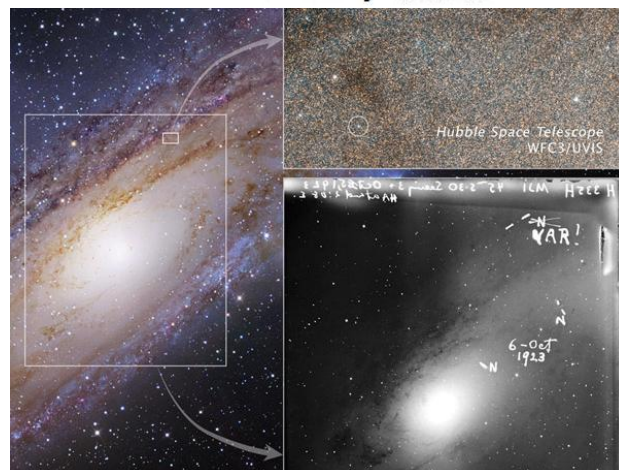
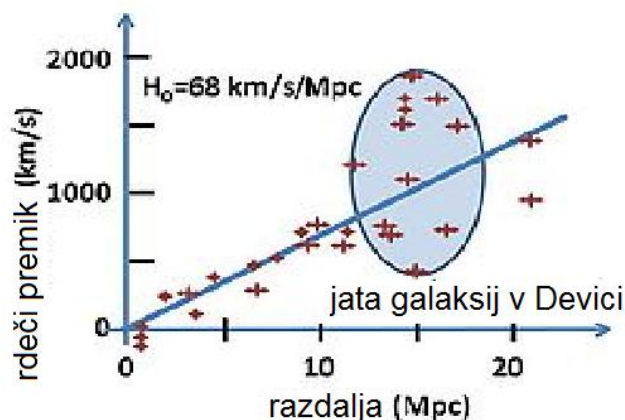
* Še beseda o pojmu sorazmernosti, ki ga večina pozna pa vendar. Znak $\propto$ pomeni sorazmernost. Primer, recimo masa (m) je pri konstantni gostoti (ρ) sorazmerna z volumnom ($m = \rho V$), kar zapišemo kot: $m \propto V$. Toliko o razumevanju znaka in pojma za sorazmernost – ga bomo še večkrat srečali.



V 1920-tih sta Hubble in njegov asistent Milton Humason izmerila oddaljenosti in rdeče premike nekaj ducatov galaksij. Iz meritev sta razbrala nekaj »čudnega«. Kot razmišlja Hubble: "Bolj ko so galaksije oddaljene, hitreje se oddaljujejo od nas." (zgoraj) To je danes znani Hubblov zakon: $V = HR$ ali $z = v/c = HR/c$.

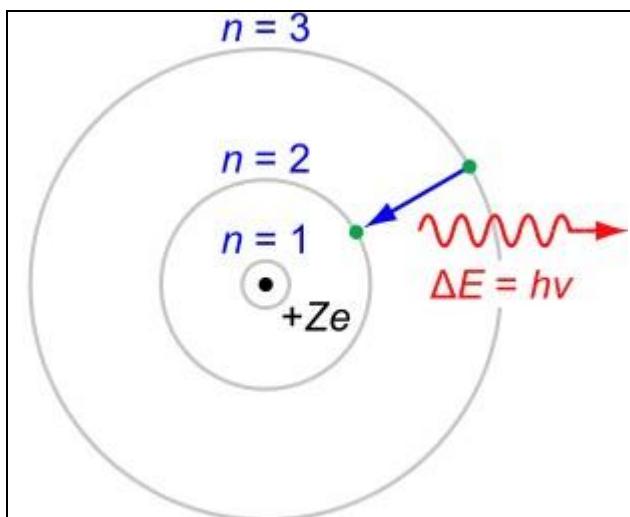


Še beseda o napravah za detekcijo spektra svetlobe nekega objekta, snovi. **Spektroskop** je recimo prizma, ki lomi žarke (snop svetlobe **različnih barv iz ozke reže**) na zaslon z umeritveno skalo.



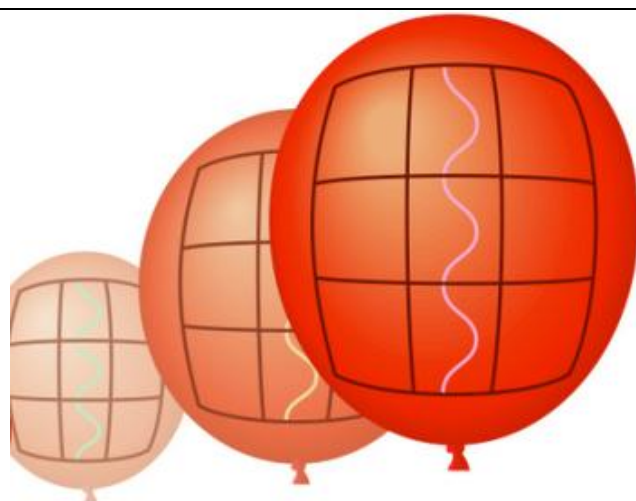
Zahvaljujoč delu Harvardske astronomke Henriette Leavitt, lahko zvezde kefeide, ki enakomerno spreminjajo sij, uporabimo kot standardne svetilnike za določanje razdalj. Identifikacija tovrstnih zvezd je omogočila Hubblu, da je pokazal, kako Andromeda ni majhna kopica zvezd in plinov znotraj naše Galaksije, ampak velika samostojna galaksija, precej oddaljena od Rimske ceste. **Hubblovo odkritje je omogočilo uveljavitev modernega koncepta vesolja, napolnjenega z galaksijami, ki se oddaljujejo (to dokazujejo meritve premika spektralnih črt oddaljenih galaksij proti rdeči svetlobi).**

V 20. letih prejšnjega stoletja je s proučevanjem fotografskih plošč, posnetih z 2,5-metrskim teleskopom observatorija Mt. Wilson, Edwin Hubble določil razdaljo do Andromedine meglice in prepričljivo demonstriral obstoj galaksij daleč onkraj Rimske ceste. Njegove opombe so vidne na zgodovinskem posnetku, vstavljenem spodaj desno, prikazanem v povezavi z zemeljskim ter posnetki s Hubblovim vesoljskim teleskopom, narejenimi skoraj 90 let kasneje. Z medsebojno primerjavo različnih plošč, je Hubble iskal nove, zvezde ki doživijo nenadno povečanje sija. Nekaj jih je našel na tej plošči in jih označil z "N". Kasneje, ko je odkril, da je zvezda blizu zgornjega desnega kota (označena s črticama) v resnici spremenljiva zvezda, poznana kot kefeida, je prečrtal "N" in napisal "VAR!".



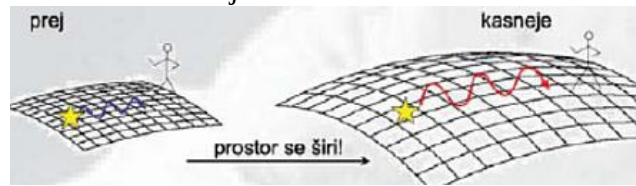
Če umerimo spektre različnih atomov v laboratoriju (**različni atomi sevajo točno določene njim lastne barve**), in če se nam iste spektralne črte (barve) pojavijo v spektrih zvezd, galaksij, planetov, potem vemo – da so telesa, ki jih nikoli ne bomo dosegli, recimo z raketami – iz enake snovi, kot naš planet in seveda tudi ljudje. Zvezde recimo sevajo v zveznem spektru, kot črno telo, a del svetlobe zvezd se absorbira v njihovi atmosferi, tako dobimo absorpcijski spekter, glej sliko.

Poznamo torej emisijske in absorpcijske spektre, glej sliko. Če se tak objekt premika, se tudi spektralne črte premaknejo.

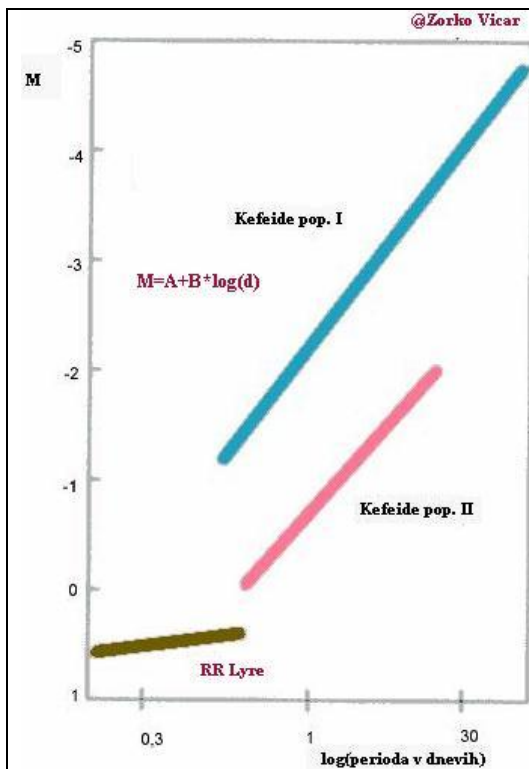


Rdeči premik lahko razumemo tudi kot širjenje prostora.

Svetloba z oddaljene galaksije potrebuje veliko časa, da doseže opazovalca. Med tem potovanjem se je vesolje širilo – in skupaj z njim se je valovna dolžina raztegnila – premaknila proti rdeči. Spet si lahko pomagamo s prispodobo napihajočega balona s poslikanim vzorcem valovanja.



Že leta 1917 je tudi Vesto Slipher posnel spekter (graf intenzitete svetlobe v odvisnosti od frekvence, oziroma valovne dolžine) z mnogih oddaljenih galaksij in ugotovil, da so bile vse valovne dolžine premaknjene proti rdečemu delu spektra. Najenostavnejša razlaga je bila, da se galaksije oddaljujejo od nas z ogromnimi (tisoči km/s!) hitrostmi. **A takrat še niso znali meriti razdalj do galaksij.** Počasi, a vztrajno se je utrjevala slika vesolja, ki pravi, da se je vse začelo s t. i. velikim pokom, in da se vesolje še zmeraj širi. To fiziko, matematiko in meritve, ki so kazale na širitev vesolja, so dolgo zavračali (podobno kot heliocentrizem) – tudi iz ideoloških razlogov – recimo, model(i) vesolja sploh ni bil del učnega programa. Kako pa je danes? Tudi prva Nobelova nagrada, ki se je neposredno nanašala na astronomijo (v okviru nagrad za fiziko), je bila podeljena zelo pozno – leta 1974 (Ryleu in Hewishu za radijsko astrofiziko, odkritje pulzarjev).



Če poznamo sij zvezde (magnitudo iz katere izrazimo gostoto svetlobnega toka j) in izsev P (kdaj tudi oznaka L), potem lahko izračunamo oddaljenost (R) zvezd in posredno strukturo (kopic in galaksij), ki jim zvezde pripadajo. Velja: $j = L/(4\pi R^2)$ oziroma $R = (L/(4\pi j))^{1/2}$. Kako določiti energijski tok (izsev) zvezde? Na začetku 20. stoletja, so opazili, da je izsev utripajočih zvezd (kefeid, po delti Kefeja) povezan s periodo utripanja. Tako je Hubble izmerili razdaljo do nam najbližje galaksije M31 v Andromedi in s tem se je začelo novo, izjemno pomembno, kozmološko poglavje. Poznamo populacijo I, delta Kefeja in populacijo II, W-device. Henrietta S. Leavitt, je leta 1912 na Harvard College Observatory, odkrila povezavo med izsevom in periodo utripanja kefeid. δ -Kefeja ima periodo (t_0) okrog 5,3663 dni (to je 5 dni, 8 ur, 47 minut in 31,9 sekund). Temperatura se spreminja od 5400K (temnordeča barva), do 6100K (belo-modra barva). Sprememba magnitude je od 3,5 to 4,4. Po natančnih meritvah so astronomi prišli do naslednje empirične povezave med izsevom, oziroma povprečno absolutno magnitudo (M) in periodo (t_0) utripanja za populacijo I: $M=A+B*\log(t_0)$ Koeficienta A in B določimo iz meritev, grafa.

Kako pa bo vesolje živelo v bodoče, če se sedaj širi?

Poglejmo možne scenarije

Vesolje se trenutno širi - ali se bo:

- **večno širilo (bo hitrost v neskončnosti večja od nič: $v > 0$),**
- **kdaj ustavilo (v neskončnosti bo hitrost nič: $v=0$),**
- **kdaj ustavilo in celo začelo krčiti?**

Spomnimo se na izrek o ohranitvi vsote kinetične in potencialne energije. Še prej pa definirajmo spremenljivke našega preprostega vesolja.

M – masa vesolja

m – masa delca na »robu« vesolja s hitrostjo v

R – polmer vesolja

Ohranitev energije

- Kinetična energija $W_k = m v^2/2$
- Potencialna energija $W_p = -G M m/R$ ($W_p = -mgh = -mgR = -RGMm/R^2 = -G M m/R$)
 - G je gravitacijska konstanta ($G \approx 6.67428(67) \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$)

Velja: $W = W_k + W_p = \text{konstanta}$ (ali zapis $E = E_k + E_p = \text{konstanta}$)

$$m v^2/2 - G M m/R = E = \text{konstanta}$$

VAJA

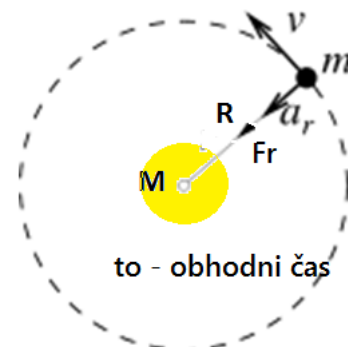
Da se malo navadimo na enačbe iz srednje šole, rešimo nalogo, kako je s skupno energijo Lune, ki potuje okrog Zemlje, še bolje, kako je z energijo dveh gravitacijsko vezanih teles. **Kakšna je njuna skupna energija?**

Zapišimo povezavo med radialno (centripetalno) silo v povezavi s privlačno gravitacijsko silo. Za kroženje velja:

$$F_r = F_g \rightarrow mv^2/R = GMm/R^2$$

iz izraza sledi (če okrajšamo R in delimo z dva), da je Wk:

$$mv^2/2 = GMm/(2R) = W_p/2$$



Pri kroženju (če poenostavimo, recimo Lune okrog Zemlje) je kinetična energija enaka polovici potencialne. Kako je s skupno energijo? $W = W_k + W_p$

$$W = mv^2/2 - GMm/R = GMm/(2R) - GMm/R = -GMm/(2R)$$

Skupna energija je torej negativna in enaka polovici potencialne energije. To je primer, kako enostavno dokažemo, da so telesa gravitacijsko vezana, če je energija negativna. Če je energija enaka nič pa pomeni, da ko se telo oddalji v neskončnost, hitrost pade na 0 – sledi račun:

$$W_k + W_p = 0 \rightarrow mv^2/2 - GMm/R = 0 \rightarrow mv^2/2 = GMm/R$$

$$v = (2GM/R)^{1/2} \quad \text{- to je hrati ubežna hitrost,}$$

recimo rakete, da **zapusti** »gravitacijo« **Zemlje** in znaša približno **11.2 km/s**.

Da predmet **zapusti** naše **Osončje**, če ga izstrelimo iz Zemlje, je **16.6 km/s**.

Da predmet **zapusti** našo **Galaksijo**, če ga izstrelimo iz Zemlje, je **129 km/s**.

Če telo izstrelimo s hitrostjo, ki je večja od ubežne, je kinetična energija večja od potencialne ($W_k > |W_p|$ ali $W_k + W_p > 0$), se bo telo tudi v neskončnosti z neko hitrostjo oddaljevalo od matičnega telesa.

Izvedena vaja nam bo zelo pomagala pri scenarijih dinamike vesolja – pri kozmologiji (po Newtonovi mehaniki).

Še malo stranpoti. Ker tekst izrecno ne obravnava zvezd, si tukaj le bežno oglejmo mejni tip zvezde z nenavadnim imenom - »črna luknja«. **Pri nadaljevanju vaje si zastavimo še eno zanimivo vprašanje – kolikšen pa mora biti polmer (R_s) neke zvezde z maso M , da tudi svetloba ne more uideť iz površja ali iz notranjosti zvezde?** Izhajajmo iz ohranitve vsote kinetične in potencialne energije in namesto hitrosti v , zapišimo hitrost svetlobe c (delec svetlobe, foton, sicer nima mase, a predpostavimo, da gravitacija nanj vseeno deluje). Za mejni primer velja, da je $W_k + W_p = 0$, iz česar sledi:

$$m_f c^2/2 = GMm_f/R_s$$

Iz zadnje enačbe sledi, da je polmer take zvezde, ki še svetlobi ne pusti iz površja (zato so jo poimenovali – **črna luknja**), manjši od: **$R_s = 2GM/c^2$**

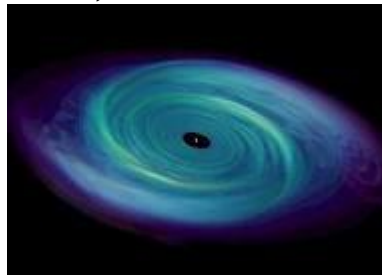
Ker je $M = \rho V = \rho 4\pi R^3/3$ velja, $R = 2GM/c^2 = \rho 8\pi R^3/(3c^2)$, iz česar sledi, da je R_s povezan z gostoto enak:

$$R_s = (3c^2/(8\pi G\rho))^{1/2}$$

Temu polmeru pravimo tudi Schwarzschildov radij (ta radij je poračunal že naravoslovec in duhovnik Joh Michell leta 1784 - tako zvezdo je poimenoval »temna zvezda«). Temu polmeru R_s rečemo tudi dogodkovni horizont. Karel Schwarzschild je, spodbujen s strani Einsteinovega članka o splošni teoriji gravitacije, izpeljal rešitev gravitacijskega polja za okroglo telo (Einstein je 1916 njegov prispevek prebral pred prusko akademijo, saj je bil Schwarzschild na fronti – nenavadni časi). *Njegova rešitev kvadrata razdalje med dogodkoma ob krogli M je:*

$$ds^2 = -c^2 dt^2 (1 - 2GM/(c^2 R)) + dR^2/(1 - 2GM/(c^2 R)) + R^2 d\vartheta^2 + R^2 \sin^2 \vartheta d\varphi^2$$

Člen $dR^2/(1 - 2GM/(c^2 R))$ naraste čez vse meje, ko je $R = R_s = 2GM/c^2$, pride do singularnosti (»neskončne« gostote, ukrivljenosti – posledica je recimo t. i. »črna luknja«). Matematika, ki smo jo uporabili v zadnjem primeru, je šla nekoliko čez pričakovane osnove, pa vendar bo koristila - kvadrat razdalje med dogodkoma in podobne izraze, bomo še srečali v nadaljevanju teksta o življenju vesolja.



Koliko bi znašal polmer Zemlje, če bi jo stisnili v črno luknjo, $R_s = 6400$ km, $M_z = 6 \cdot 10^{24}$ kg, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $G = 6.67428 \cdot 10^{-11}$ m³/(kg·s²):

$$R_s = 2GM/c^2 = 0.0089 \text{ m} = 8.9 \text{ mm}$$

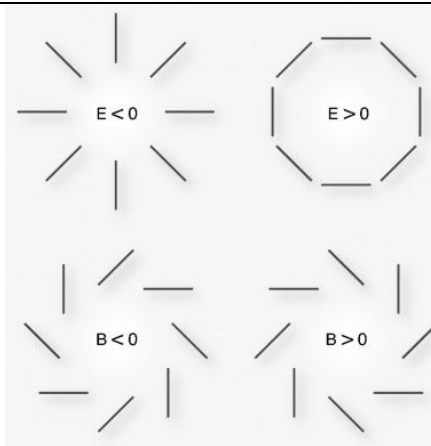
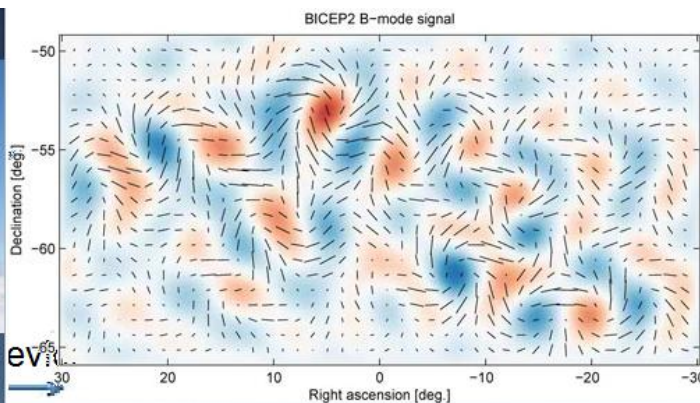
Polmer Sonca pa slabe 3 km.

Še provokativno vprašanje – kolikšna je ubežna hitrost, da zapustimo vesolje?

Vrnimo se k vesolju kot celoti.

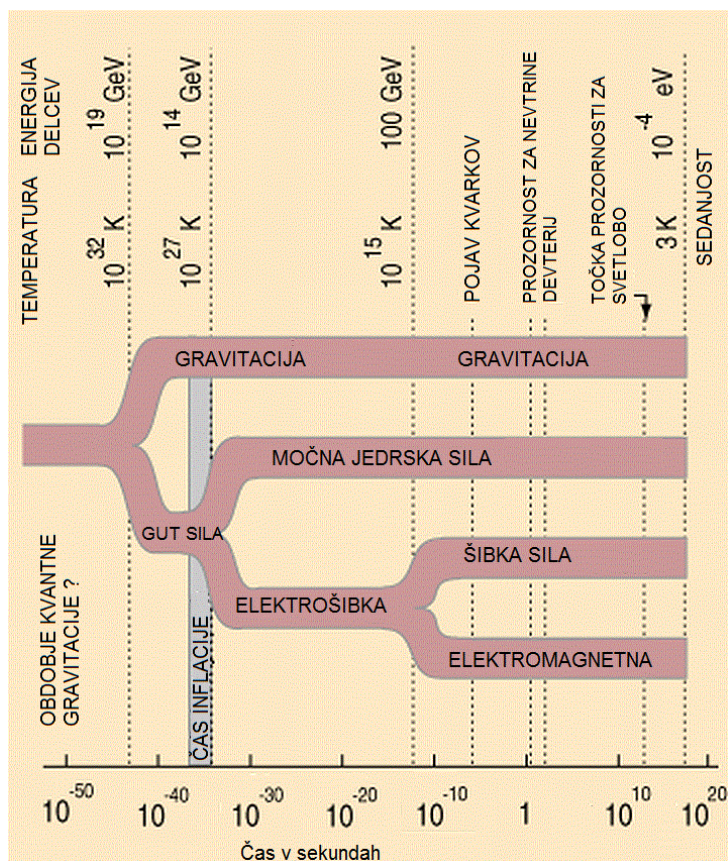
Preden kar koli povemo o starosti vesolja, je potrebno upoštevati banalno dejstvo, da vesolje ne more biti mlajše od samih »potomcev« - zvezd, kopic, ... Vsem razumljivo pa vendar, otroci so zmeraj mlajši od bioloških staršev. Zadnji modeli in meritve kažejo, da so najstareše zvezde lahko stare okrog 14 milijard let - in to je pomemben podatek. Kaj pa je vesolje, kakšne so bile razmere na začetku - to lahko zaznamo, vidimo posredno ali neposredno. Recimo preko prasevanja (mikrovalovnega ozadja), ki skoraj na 100000 kelvina natančno enakomerno napolnjuje vesolje iz vseh smeri. Kaj bi nam pa lahko povedalo prasevanje? Zelo poučna je primerjava prasevanja in ploskanja. Recimo, če smo na robu neke množice, ki navdušeno ploska ob koncu koncerta, lahko ploskanje oddaljene množice slišimo še nekaj časa potem, ko so udeleženci z njim že končali. Iz časa trajanja zadnjega ploskanja (in jakosti zvoka) lahko celo ocenimo, kako daleč od nas so najbolj oddaljeni udeleženci zabave (določimo velikost množice – nekaj podobnega velja za prasevanje in velikost vesolja). Ugotovili pa so tudi, da prasevanje vseeno nima povsod enake temperature – torej so rahla odstopanja v temperaturi (valovnih dolžinah prasevanja). To pa tudi pomeni, da je svetloba prasevanja nekoliko polarizirana - Thomsonovo sipanje. Slovenski astrofizik in kozmolog dr. Uroš Seljak (vodja Centra za kozmološko fiziko na Berkeleyju), je kot prvi leta 1996 napovedal, da bi ta polarizacija morala biti rahlo zasukana (v obliki vetrnice) - če je seveda napoved o inflaciji vesolja resnična. Kaj je inflacija vesolja? Alan Harvey Guth, ameriški fizik in kozmolog, * 27. februar 1947, New Brunswick, New Jersey, ZDA, je leta 1980/81 formalno predlagal zamisel o inflaciji vesolja, po kateri naj bi nastajajoče Vesolje prešlo fazo eksponentnega (bliskovitega) razširjanja, ki ga je gnala negativna energijska gostota vakuuma (pozitivni tlak vakuuma). Tako bi tudi lažje razložili enakost vesolja v vseh smereh. Posledica hitrega širjenja morajo biti tudi gravitacijski valovi, ki bi lahko zasukali ravnino polarizacije mikrovalovnega ozadja. Na sledi teh valov je tudi Seljakova metoda iskanja zasuka polarizacije mikrovalov ozadja - prasevanja. Leta 2014 so dokaj nepričakovano - preko merjenj na južnem polu - eksperiment BICEP2 - Background Imaging of Cosmic Extragalactic Polarization 2 (Snemanje ozadja kozmične

izvengalaktične polarizacije 2 - SOKIP 2) potrdili zasuk polarizacije mikrovalov. S tem so naredili velik korak k potrditvi inflacije in gravitacijskih valov, ki so posledica hitrega razširjenja vesolja takoj po velikem poku.



Rezultati pregleda polarizacije mikrovalov na (lokalno) zelo praznem delu vesolja - ni veliko motenj Rimske ceste in tudi ne motenj naše civilizacije. Ocenjena energija inflacije je velikostnega reda 10^{16} GeV. V bistvu je BICEP 2 teleskop, ki meri na valovni dolžini mikrovalov (100 - 150 GHz). Meritev je 7 sigma, torej izpolnjuje znanstvene standarde novega odkritja. Metodo je predlagal dr. Uroš Seljak.

E-način polarizacija v CMB podaja informacijo o nihanju gostote (temperature) v zgodnjem vesolju (leva zgornja slika). Ker gravitacijski valovi izmenoma stiskajo prostor v eni smeri in ga širijo v pravokotni smeri, to povzroča "kodranje" (vrtinčnost), oziroma B-način polarizacije (leva spodnja slika). To je Seljakova metoda detekcije inflacije preko gravitacijskih valov.



Graf (levo), ki zgolj shematično prikazuje spreminjanje temperature vesolja in delovanje osnovnih sil skozi čas. Mnoge od navedenih vrednosti bomo poskušali oceniti iz osnovnih zakonov. Računsko bomo torej tudi ocenili časovne mejnike v zgodovini vesolja. Desna slika prikazuje štiri osnovne sile narave: gravitacija, močna jedrska sila, šibka jedrska sila, elektro-magnetna sila. O izjemni prepletenosti osnovnih sil z dinamiko vesolja pa več v drugem delu opisa vesolja.

Najprej pa se bomo soočili z vesoljem, ko so nastali prvi atomi in se je prasevanje ločilo od atomov (vesolje je bilo takrat staro že okrog 380 000 let). Temperatura je takrat padla do vrednosti, ko sevanje ni več ioniziralo atomov – sevanje se je ločilo od materije in je začelo prosto potovati po vesolju. Takrat pravimo, da je vesolje postalo prozorno in je gravitacija prevzela ples tvorjenja zvezd, kopic, galaksij, seveda tudi planetov, življenja, ... Temu »prostemu« sevanju rečemo danes tudi prasevanje ali mikrovalovno sevanje ozadja.

Lotimo se torej najprej scenarijev dinamike vesolja po nastanku atomov (vesolje je bilo takrat staro že okrog 380 000 let). Pod:

B1 – ravno vesolje,

B2 – odprto vesolje,

B3 – zaprto vesolje.

B1) Vesolje se bo v neskončnosti nehalo širiti (»ravno vesolje«), če

$$m v^2/2 - G M m/R = 0 \quad \text{sledi} \quad m v^2/2 = G M m/R$$

$$v^2 = 2G M / R$$

Ali v tem primeru znamo izraziti funkcijo, kako se vesolje širi s časom, iščemo torej $R(t)$. Tokrat bo šlo in to zgoj z znanjem srednješolske matematike. Izrazimo hitrost v .

$v = (2G M / R)^{1/2}$ - ker je radialna hitrost, $v = dR/dt$, odvod radija po času, velja

$$dR/dt = (2G M / R)^{1/2}$$

$$\int R^{1/2} dR = \int (2G M)^{1/2} dt \quad (\text{meje integracije so od 0 do R in od 0 do t})$$

- po integraciji dobimo

$$(2/3)R^{3/2} = (2G M)^{1/2} t$$

- ker je hitrost po Hubblovem zakonu $v = HR$, velja $v^2 = 2G M / R$, oziroma za trenutni polmer R_0 velja: $H^2 = 2GM/R_0^3$

$$(2/3)R^{3/2} = (2G M)^{1/2} t = (2G M R_0^3 / R_0^3)^{1/2} t = (H^2 R_0^3)^{1/2} t = H R_0^{3/2} t \Rightarrow t = (2/3)R^{3/2} / (H R_0^{3/2})$$

$$t = (2/(3H))(R / R_0)^{3/2} = t_0 (R / R_0)^{3/2} \Rightarrow t_0 = 2/(3H)$$

- vpeljali smo trenutno starost vesolja $t_0 = 2/(3H)$, ki je kar obratno sorazmerna s H , sorazmernostni koeficient je $2/3$.

Velikost R ravnega vesolja pa se spreminja sorazmerno s »časom na $2/3$ «, velja $R = R_0(t/t_0)^{2/3}$:

$$R = R_0(t/t_0)^{2/3}$$

Poglejmo kako je v ravnem vesolju dinamika prostora povezana z gostoto vesolja?

Uporabimo enačbi za gostoto snovi ($M = \rho V = \rho 4\pi R^3/3$) in Hubbleov zakon ($v = HR$).

$$v^2/2 - G M/R = 0 \Rightarrow v^2 = 2G M/R \Rightarrow (HR)^2 = 2G \rho 4\pi R^3/3/R = 8\pi G \rho R^2/3$$

V zadnji enačbi se polmer R pokrajša in za gostoto, ki jo imenujemo tudi kritična (saj je mejna – če je večja ali manjša, se bo vesolje ali začelo krčiti ali se bo večno širilo), dobimo zelo zanimiv in relativno preprost izraz.

$$\rho = \rho_c = 3H^2/(8\pi G)$$

O gostoti odločata torej gravitacijska konstanta G in Hubblova konstanta H . Velikokrat se uporablja relativna **masna** gostota z oznako Ω_m , ki je razmerje med gostoto in kritično gostoto vesolja, velja:

$$\Omega_m = \rho/\rho_c$$

Mejna relativna gostota je torej 1 ($\Omega_m = \rho/\rho_c = \rho_c/\rho_c = 1$). Velja za »ravno« vesolje.

Ocenimo še starosti »ravnega« vesolja, za $H = 73.2 \pm 0.3$ km/s/Mpc (vrednost pred letom 2011)!

Uporabimo izpeljano enačbo. Enota km/s/Mpc = $1/9.78877 \cdot 10^{11}$ let.

$$t_{(zdaj)} = (2/3) \cdot (1/H_{(zdaj)}) = (2/3) \cdot 13372632796 \text{ let} = 8.9 \text{ milijard let}$$

Ta rezultat velja danes kot neveljaven (zadnje meritve namreč kažejo, da se bo vesolje »večno« širilo), splošna ocena starosti vesolja je približno kar obratna vrednost Hubblove konstante $t_H = (1/H)$, kar znaša 13.4 milijard let (to je blizu trenutno veljavnim ocenam zaokroženim med 13.7 in 13.8 milijard let). V splošnem velja $t_{\text{vesolja}} = F \cdot (1/H)$. F je korekcijski faktor starosti vesolja. Za zaprto vesolje je F enak izračunanemu razmerju $2/3$, če pa upoštevamo kozmološko konstanto, je ta faktor blizu 1 (2013 je bil $F=0.956$). F se določa numerično - več o tem v nadaljevanju. Kot bomo videli, se ocena za H spušča pod 70 km/s/Mpc – misija Planck 2013 ($H=67.80 \pm 0.77$ km/s/Mpc), kar da za starost vesolja: $t_{\text{vesolja}} = F \cdot (1/H) = 13.8$ milijard let. Še ena vzpodbudna primerjava – trenutni (2013) modeli razvoja zvezd ocenjujejo starost najstarejše znane zvezde na $14.46 \pm 0,8$ milijarde let (to je zvezda HD 140283 - leži v smeri Tehtnice, vsebuje zelo malo težkih elementov).

B2) Vesolje se bo večno širilo (>odprto vesolje<), če

$$m v^2/2 - G M m/R = E > 0 \quad \text{sledi} \quad m v^2/2 > G M m/R$$

$$v^2 > 2G M /R$$

Ker je $v = dR/dt$, velja.

$$v = (2G M /R + 2E/m)^{1/2} = dR/dt$$

$$\int dt = \int dR/(2G M /R + 2E/m)^{1/2}$$

Rešitev te enačbe (kako se bo polmer našega preprostega modela vesolja R spreminjal s časom t) je kar zapletena (zapiše se v parametrični obliki za t in R).

Velikokrat zapišemo desni del enačbe kot $2E/m = \text{konst } c^2 = -kc^2$, k – poimenujemo parameter ukrivljenosti. Namesto M pa zapišemo ($M = \rho V = \rho 4\pi R^3/3$), gostoto pa izrazimo recimo s trenutno gostoto ρ_0 in danim polomerom R_0 , velja $\rho = \rho_0 R_0^3/R^3$.

Po preoblikovanju dobimo povezavo:

$$((dR/dt)^2 - 8\pi G \rho_0 R_0^3/(3R)) = -k c^2$$

Rešitvi sta:

$$t = (4\pi G \rho_0 R_0^3/(3|k|^{3/2} c^3))(\sinh(x) - x)$$

$$R = (4\pi G \rho_0 R_0^3/(3|k|c^2))(\cosh(x) - 1) \quad - \text{ kjer je } x = t/t_0, \text{ za } t_0 \text{ večinoma privzamemo Hubblov čas } t_0 = t_H = 1/H$$

- zapišimo še izraza za hiperbolični funkciji:

$$\sinh(x) = (e^x - e^{-x})/2 \quad \text{in} \quad \cosh(x) = (e^x + e^{-x})/2$$

V odprtem vesolju je gostota ρ vesolja pod kritično ρ_c , velja $\Omega_m = \rho/\rho_c < 1$. Lastna gravitacija vesolja zbrana v masi torej nima moči, da bi ustavila širitev vesolja.

B3) Vesolje se bo ustavilo in začelo krčiti (»zaprto vesolja«), če

$$m v^2/2 - G M m/R < 0 \quad \text{sledi} \quad m v^2/2 < G M m/R$$

$$v^2 < 2G M /R$$

$$dR/dt = (2G M /R - 2E/m)^{1/2}$$

$$\int dt = \int dR/(2G M /R - 2E/m)^{1/2}$$

- ali po prej preoblikovani enačbi:

$$((dR/dt)^2 - 8\pi G \rho_0 R_0^3/(3R)) = k c^2$$

Rešitvi te enačbe sta tudi zapleteni, uporabimo enake zamenjave kot pri odprtem vesolju (sklepamo pa lahko na cikloido, vesolje se širi in krči). V spodnji vrstici sta nakazani rešitvi:

$$t = (4\pi G \rho_0 R_0^3/(3k^{3/2} c^3))(x - \sin(x))$$

$$R = (4\pi G \rho_0 R_0^3/(3kc^2))(1 - \cos(x)) \quad - \text{ kjer je } x = t/t_0, \text{ za } t_0 \text{ večinoma privzamemo Hubblov čas } t_0 = t_H = 1/H$$



$x(t) = r(t - \sin(t))$ in $y(t) = r(1 - \cos(t))$, sta enačbi cikloide.

V tem primeru je gostota ρ vesolja nad kritično ρ_c , velja $\Omega_m = \rho/\rho_c > 1$. Lastna gravitacija vesolja zbrana v masi ima torej dovolj moči, da bo ustavila širitev vesolja.

Recimo rešitve za **R** so lahko spodnji izrazi – zgolj za grafično ponazoritev:

$0.7 * (4 - 0.9 * \text{pow}((\text{Exp}(x-3) + \text{exp}(-x+3))/2, 2/3))$

$2 * \text{abs}(\sin(x/2))$ ali $2 * (1 - \cos(x/2))$

$\text{pow}(x/0.6, 2/3)$

$\text{pow}((\text{Exp}(x) - \text{exp}(-x))/2, 2/3)$

- samo grafična prispodoba ponavljajočega vesolja

- ravno vesolje

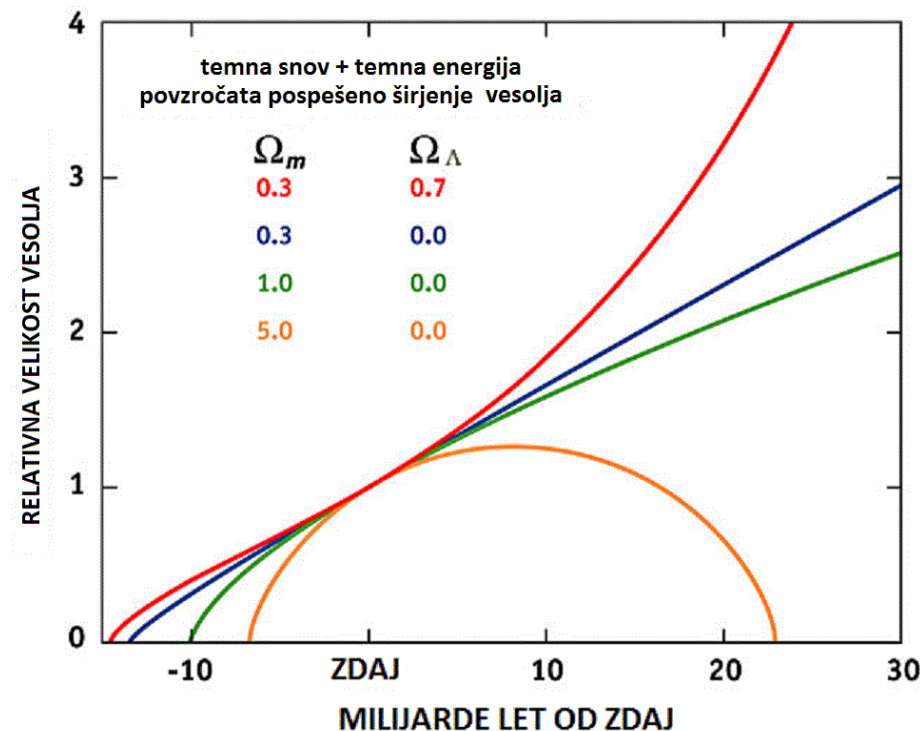
- odprto vesolje

Testiraj različne dinamike vesolja [vstavi zgornje podčrtane izraze v okenca forme, recimo $\text{pow}(x/0.6, 2/3)$] v aplikaciji:

http://www2.arnes.si/~gljsentvid10/okni_grafi.html

Vse tri enačbe dajo krivulje, ki jih kaže naslednji graf, razen rdeče (do te še pridemo). Na grafu, ki sledi, so podane rešitve glede na relativno gostoto vesolja ($\Omega_m = \rho/\rho_c$). Enačbe podane z **gostoto** in **Hubblevim zakonom**, nas pripeljejo do **Friedmannovih enačb** – jih bomo tudi izpeljali.

RAZŠIRJANJE VESOLJA



Dinamika vesolja – krivulje velikosti vesolja v odvisnosti od časa glede na različne scenarije. Oranžna krivulja predstavlja »**zaprto vesolje**« (se širi in začne krčiti, gostota je večje od kritične [$\Omega = \rho/\rho_c$ velja $\Omega > 1$]). Zelena krivulja pomeni, da se bo vesolje v neskončnost nehalo širiti (»**ravno vesolje**«, gostota je enaka kritični [$\Omega = 1$]). Modra krivulja pomeni, da se bo vesolje večno širilo (»**odprto vesolje**«, gostota je manjša od kritične [$\Omega < 1$]). Pojem kritične gostote bomo še enkrat srečali v naslednjem poglavju in tudi kaj pomeni **rdeča krivulja**, ki je preko opazovanja oddaljenosti supernov tipa Ia postala aktualna 1998 in eksperimentatorji so bili zanjo tudi nagrajeni z Nobelovo nagrado za fiziko leta 2011.

C) **Friedmannova enačba vesolja** *(je rešitev Einsteinovih enačb splošne teorije relativnosti)* - **grafične predstavitev vesolja**

CF1)

Kozmologija je do leta 1998 prispevala scenarije brez rdeče krivulje (glej graf)

Enačbo ($E = m v^2/2 - G M m/R$) preoblikujemo v Friedmannovo obliko, tako da vanjo vstavimo **maso** izraženo z gostoto in volumnom, **hitrost** pa nadomestimo s Hubblovim zakonom (enako vajo smo že izvedli v prejšnjih poglavjih – a ponovitev samo utrjuje sliko vsolje):

$V = HR$ - Hubblov zakon, H je Hubblova konstanta, V je hitrost galaksije, R pa je oddaljenost (recimo galaksije).

$$M = \rho V = \rho 4\pi R^3/3$$

SLEDIJO POUČNI IZRAČUNI IN IZRAZI

$$E = mH^2R^2/2 - 4\pi G\rho R^2m/3$$

Enačbo pomnožimo z $(2/m)$.

$$2E/m = H^2R^2 - 8\pi G\rho R^2/3$$

Če $H^2R^2 - 8\pi G\rho R^2/3 > 0$ potem se bo vesolje večno širilo

$$H^2 > 8\pi G\rho/3$$

Kaj nam odkriva zadnja enačba?

Da o bodočnosti vesolja odloča gostota ρ !!!

Za konstantno vesolje bi veljalo $H^2R^2 - 8\pi G\rho R^2/3 = 0$ in mejna (kritična) gostota je kar (za $H_0=73$ km/s/Mpc in $m_{\text{protona}} = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg):

$$\rho_c = 3H^2/8\pi G = 10^{-29} \text{ g cm}^{-3} = 10^{-26} \text{ kg m}^{-3} = 6 \text{ protonov / m}^3$$

Enačbo še preoblikujemo:

$$H = (dR/dt)/R$$

$$H^2 = 8\pi G\rho/3 - 2E/(mR^2)$$

$$\text{Energija} = \text{masa} \cdot c^2$$

$$2E/m = \text{konst } c^2 = k c^2$$

k – poimenujemo parameter ukrivljenosti

Friedmannova enačba se sedaj glasi:

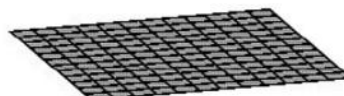
$$H^2 = 8\pi G\rho/3 - k c^2/R^2$$

$k=1$



ODPRTO

$k=0$



RAVNO

$k=-1$



ZAPRTO

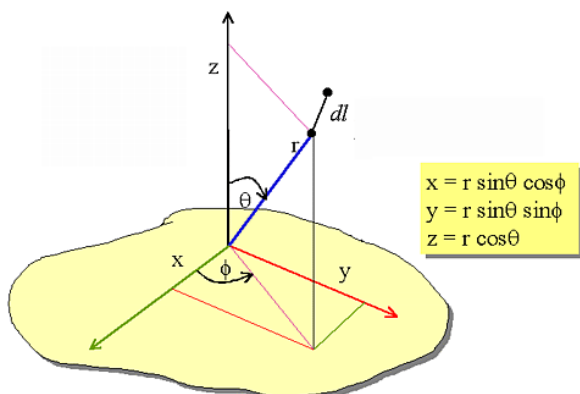
Slika prikazuje geometrijske podobe

$$((dR/dt)/R)^2 = 8 \pi G \rho / 3 - k c^2 / R^2$$

Spodaj je kvadrat razdalje med bližnjima dogodkoma (Robertson-Walkerjev element ali tudi Friedmannov in Lemaitrov element) – edini možen za Einsteinovo enačbo gravitacijskega polja (upoštevata se ukrivljenost prostorčasa, posledica gravitacije), ki upošteva kozmološko načelo (vesolje ima v vseh točkah in v vseh smereh enake lastnosti).

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]$$

Za lažjo predstavo – zapišimo še, večini znan primer razdalje dl med točkama v navadnem trirazsežnem prostoru - evklidska geometrija - srednješolska snov (nekaj podobnosti se najde z razdaljo v t. i. gravitacijskem polju ukrivljenega prostorčasa - Robertson-Walkerjevim elementom ...).



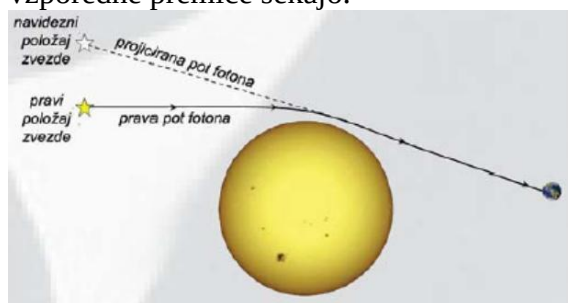
$$dl^2 = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Ali tudi bolj domače: $dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$

vesolja pri različnem parametru ukrivljenosti k .

Einsteinov ukrivljen prostorčas

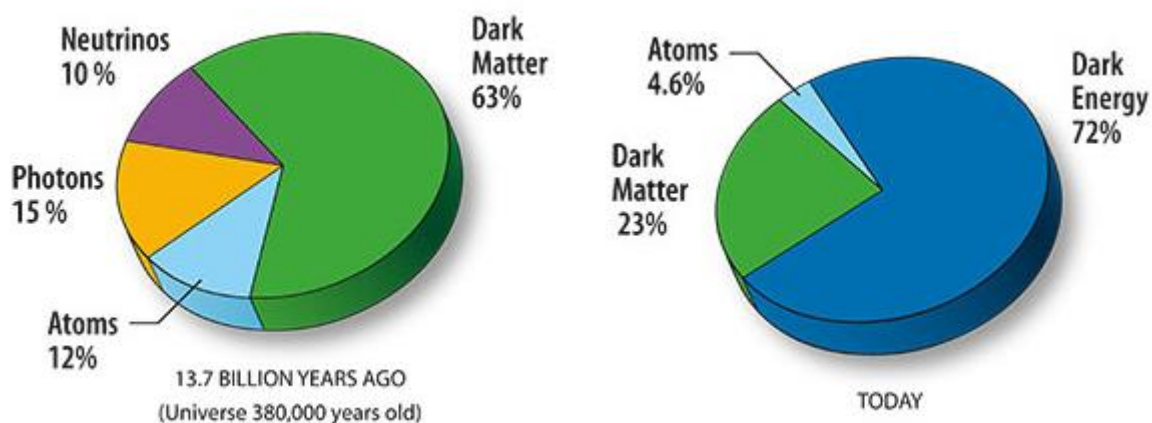
Einsteinova zamisel je bila **presenetljiva: gravitacija v resnici ni sila!** Telesa se pod vplivom gravitacije še vedno gibljejo po ravnih črtah; le da je “prostorčas” postal ukrivljen in zato je to, kar je v resnici ravno, na koncu videti popolnoma krivo... Masivna telesa v svoji okolici spremenijo geometrijske zakone (čeprav sta v štiridimenzionalni geometriji prostor in čas neločljivo povezana!), zato včasih vsota kotov trikotnika ni 180 stopinj in se vzporedne premice sekajo.



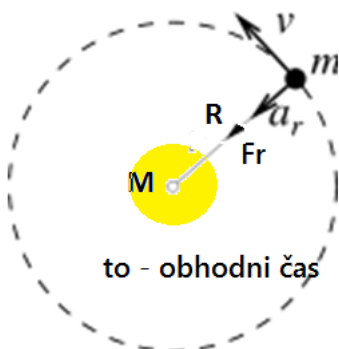
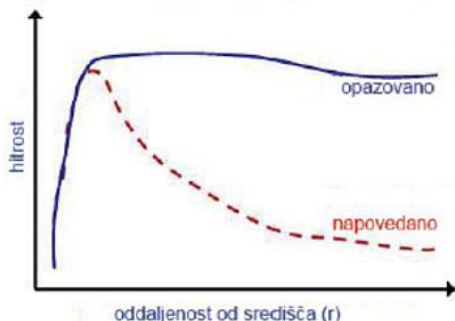
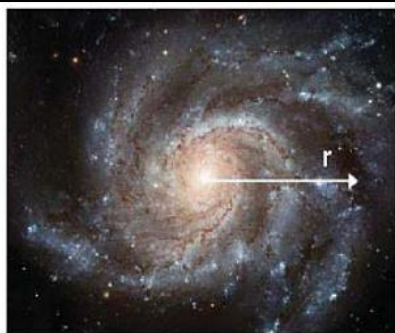
Žarek se ukrivi v bližini Sonca – da se preveriti ob Sončevem mrku.



Opazovanje odklona svetlobe ob Sončevem mrku – zvezda pri puščici ima spremenjeno pozicijo, glede na nočno pozicijo, ko je ne opazujemo v bližini Sonca. Razlog je v gravitacijskem odklonu žarka – kar povzroči sila teže Sonca.



Zgornji sliky kažeta trenutno razmerje mas (desna slika je iz 2012) in razmerje mas, ko je vesolje bilo staro 380000 milijonov let (leva slika - trenutek, ko je materija prevladala nad sevanjem in je vesolje postalo prozorno). Temno energijo bomo razložili v nadaljevanju – in tudi, kako je, »kot strela z jasneга neba«, prišla leta 1998 v model.



$$F_r = F_g \rightarrow \frac{mv^2}{R} = \frac{GMm}{R^2}$$

$$V = \left(\frac{2GM}{R}\right)^{1/2} \quad \text{- črtkana krivulja}$$

Kako smo prišli do temne mase?

Že leta 1932 je Zwicky, preko opazovanja dinamike jate galaksij v Berenikinih kodrih, prišel na sled temni masi. Hitrosti znotraj jate so bile zdaleč višje, kot bi jih dala vidna masa z uporabo gravitacijskega zakona.

Nevidni sloni

V 1970-ti h je študentka astronomije Vera Rubin izmerila hitrosti zvezd, s katerimi so se te gibale okrog središča svojih galaksij. Po Newtonovi teoriji zlahka ugotovimo t.i. rotacijsko ali krožilno hitrost neke zvezde, če vemo koliko drugih zvezd deluje nanjo s svojo gravitacijo. Ostale zvezde zlahka preštejemo, saj jih lahko vidimo. Galaksije so običajno svetle v sredini in postajajo bolj in bolj redke proti robu: krožilne hitrosti bi morale torej naraščati proti maksimumu v bližini sredine galaksije, na zunanjih delih pa padati. Izmerjene hitrosti tega niso potrdile. Ostajale so približno konstantne vse do velikih razdalj od središča galaksije (slika levo)... kar pomeni, da mora biti proti zunanjemu delu galaksije nabrane VELIKO mase, ki je ne vidimo, zaradi katere pa zvezde krožijo še zmeraj z nezmanjšano hitrostjo. Ko rečem VELIKO, to tudi mislim: desetkrat več kot pa je vidnih zvezd v galaksiji! Ta skrivnostna nevidna snov, ki gravitacijsko drži galaksije skupaj, se imenuje (ker nimamo boljšega imena) TEMNA SNOV.

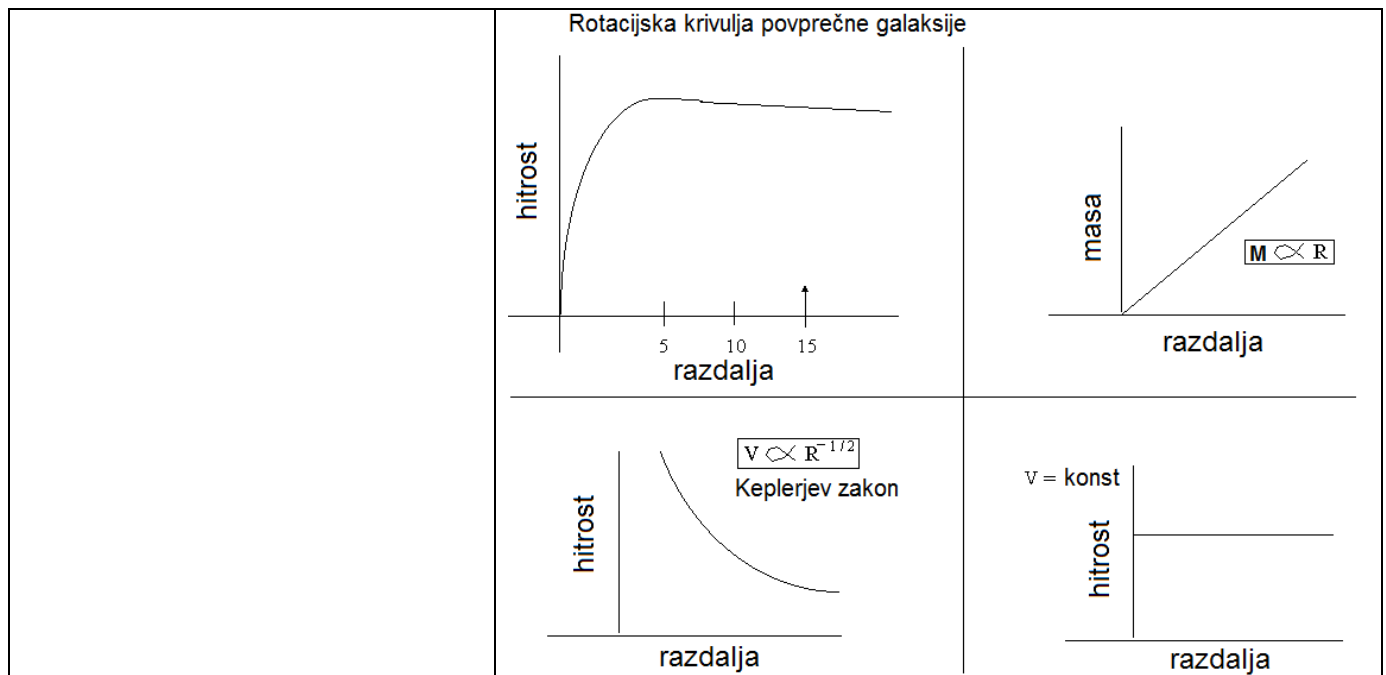
Iz meritev in povedanega torej velja:

$$V = \text{konst}$$

$$v^2 = GM/R = \text{konst}_{\text{gal}}$$

$$M_{\text{temna}} = (v^2/G)R = \text{konst}_{\text{radialna_gostota}} * R$$

Torej temna snov v disku galaksije narašča linearno z razdaljo od središča galaksije. Velja seveda tudi za našo Rimsko cesto.



Gravitacija čuti (je posledica) več energij - gostot (vidna barionska snov [to so atomi], temna snov, sevanje, ukrivljenost, ...), nekaj jih naštejmo in poglejmo ocene gostot:

ρ_m (barionska_snovna) = $4.2 \times 10^{-28} \text{ kg/m}^3$ (gostota vidne snovi = 1.5 protona / m^3 , iz te snovi smo recimo ljudje)

ρ_t (temna_snov) = $2.4 \times 10^{-27} \text{ kg/m}^3$ (lahko rečemo, da drži galaksije skupaj)

ρ_s (prasevanje) = $4 \sigma T^4 / c^3 = 4.6 \times 10^{-31} \text{ kg/m}^3$
 »masa« iz energije kozmičnega mikrovalovnega sevanja ozadja [cosmic microwave background (CMB)] – masa_prasevanja = E/c^2

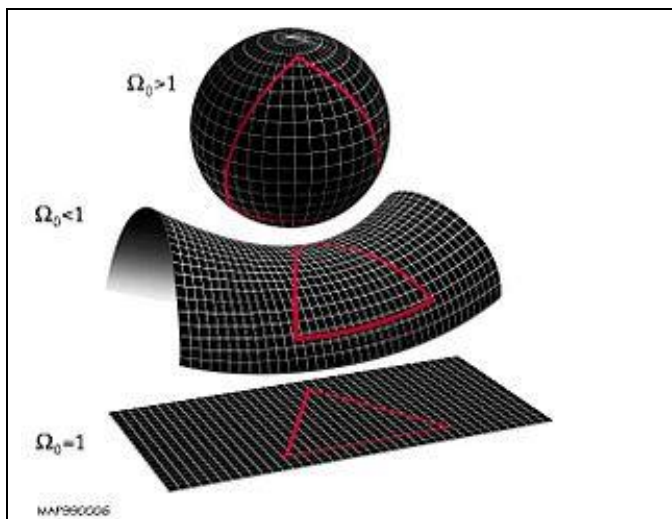
ρ_Λ = gostota temne energije - o njej in oceni velikosti v naslednjih poglavjih

Kot smo že spoznali, je parameter gostote omega (Ω), enak razmerju realne gostote ρ , deljene s kritično gostoto ρ_c . Velja:

$\Omega = \rho / \rho_c$ - parameter gostote (omega) ali relativna gostota glede na kritično, vrednosti so:

$$\Omega_m = \rho_m / \rho_c = 0.042 \quad \Omega_t = \rho_t / \rho_c = 0.24 \quad \Omega_s = \rho_s / \rho_c = 4.6 \times 10^{-5}$$

Ω_Λ = ostanek, razlika do 1



Slika prikazuje geometrijske podobe vesolja pri različnih gostotah (kritična $\Omega=1$, podkritična $\Omega<1$, nadkritična $\Omega>1$).

Če seštejemo omenjene relativne gostote (razen Ω_Λ) dobimo vrednost okrog 0.28. Do vrednosti 1 (kritične relativne gostote) nam manjka še okrog 0.72. Če ta delež pretvorimo v procente, se lahko vprašamo (za t. i. ravno vesolje), kje bi se lahko skrivalo vsaj 72% gostote (mase)?

CF2)

Kozmologija po letu 1998 je šokirala svet – ponazarja jo rdeča krivulja na grafu.

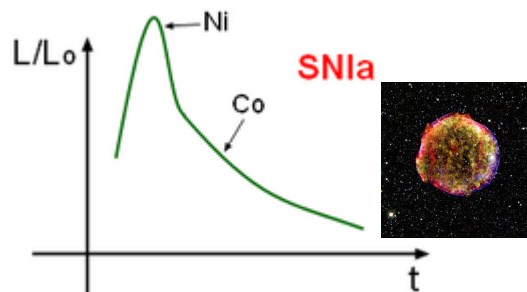
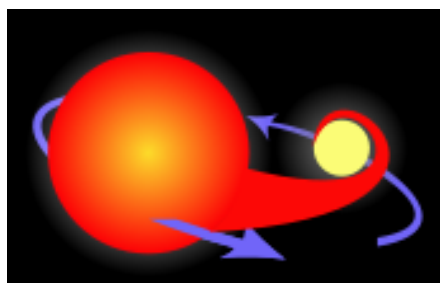
Zakaj?

Kaj pa nam razkrivajo meritve svetlosti supernov tipa Ia?

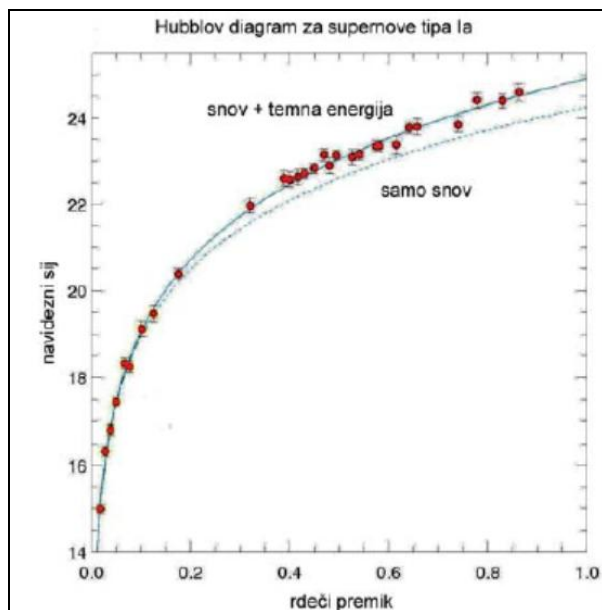
Povejmo direktno. Vesolje se širi, a ne samo to, širi se celo pospešeno!!! Torej se zdi, da je gostota pod kritično, a kaj povzroča pospešeno širjenje?

Odgovor trenutno iščemo v pojmu, ki smo ga poimenovali **temna energija (dark energy)**, ki ji pripisujemo pospeševanje vesolja (to je v bistvu nazaj vpeljana Einsteinova kozmološka 'konstanta' Λ , **energija vakuuma**, ...). Zanimivo – prav tej t. i. temni energiji pripisujejo teh okrog 70 % »mase«. Splošna teorija relativnosti dopušča še možnost energije prostorske ukrivljenosti, ki je trenutne meritve ne zaznajo.

Kako vemo, da se vesolje širi pospešeno?



Par kompaktna bela pritlikavka – rdeča orjakinja (slika levo) - ko kompaktna bela pritlikavka posrka dovolj mase (nekaj Sončevih mas) iz rdeče orjakinje, pride do eksplozije t. i. **supernove tipa Ia**. Slika na sredi kaže podobo take eksplozije na robu galaksije. Slika desno pa izsev supernove tipa Ia v odvisnosti od časa. Vse supernove tipa Ia imajo dokaj enak izsev in tudi časovno krivuljo padanja izseva. So standardni svetilniki, podobno kot kefeide. A supernove Ia zasvetijo kot približno 5 milijard Sonc, zato jih lahko spremljamo zelo daleč v vesolje – milijarde svetlobnih let.



Hubbllov diagram za supernove tipa Ia, povzet iz »Supernova Cosmology Project«. Supernove z velikimi rdečimi premiki ($z > 0.5$) – oziroma z visokimi hitrostmi oddaljevanja zaradi širjenja vesolja in velikimi oddaljenostmi - se ne ujemajo s teoretično napovedano krivuljo za vesolje, sestavljeno le iz snovi. Namesto tega potrebujemo pospešeno širjenje vesolja, sestavljenega iz mešanice snovi, temne snovi in temne energije.

$$m_{\text{izmerjena}} > m_0 + 5 \cdot \log(c \cdot z / (H \cdot R_0))$$

Iz opazovanj supernov tipa Ia (izbruh take supernove se zgodi v sistemu dvozvezdja, pri katerem poteka masni prenos od rdeče orjakinje k beli pritlikavki in ta eksplodira, ko doseže nekaj Sončevih mas), ki vse enako zasvetijo, se da sklepati, kako daleč je galaksija v kateri je prišlo do eksplozije supernove tipa Ia.

Poglejmo ozadje. Zvezo med gostotama energijskega toka in magnitudama lahko zapišemo z že omenjeno Pogsonovo zvezo: $j_1/j_2 = 10^{-(m_1 - m_2)/2.512}$, kdaj zvezo zaokrožimo v izraz:

$$j_1/j_2 = 10^{-0.4(m_1 - m_2)}$$

Razmerje j_1 in j_2 označimo z j_0 in j , magnitudi pa z m_0 in m , velja:

$$(L/4\pi R_0^2)/(L/4\pi R^2) = 10^{-(m_0 - m)/2.512} = (R/R_0)^2,$$

po logaritmiranju sledi izraz za svetlost supernov ' m ':

$$m = m_0 + (2 \cdot 2.512) \cdot \log(R/R_0),$$

če namesto razdalje vstavimo R izražen iz Hubblovega zakon ($R = v/H$), hitrost ' v ' pa zapišimo z Dopplerjevim rdečim premikom $v = c \cdot z$, dobimo izraz:

$$m = m_0 + 5 \cdot \log(c \cdot z / (H \cdot R_0))$$

ali izraz za razdaljo R je: $R = R_0 \cdot 10^{-(m_0 - m)/5}$

Prvi izraz pojasni graf magnitude ' m ' od rdečega premika ' z ', ' m_0 ' je lahko absolutna magnituda ' M ' (po definiciji na razdalji $R_0 = 10$ pc [parsekov], parsek pc = 3,2616 svetlobnih let). V literaturi boste našli izraz »distance modulus« ($m - M = 5 \cdot \log(R) - 5$, R mora biti podan v pc), to je v bistvu še ena oblika Pogsonove enačbe. Za večje hitrosti je potrebno uporabiti relativistični izraz [$z = ((1 + v/c)/(1 - v/c))^{1/2} - 1$ ali tudi $z + 1 = \lambda/\lambda'$]. Zadeva se zaplete, ker je potrebno upoštevati še ostale vplive, recimo gravitacijski rdeči premik. Recimo, da znamo vse vplive pravilno upoštevati pri teoretični odvisnosti magnitude oz. rdečega premika ' z '.

Kaj kažejo meritve? Pri dani izmerjeni magnitudi ' $m_{\text{izmerjena}}$ ' supernove tipa Ia, izmerimo še rdeči premik ' z ' in iz njega izrazimo hitrost ' v ' supernove (galaksije). Ko se nariše graf, oziroma primerja teoretične rezultate in meritve, se izkaže, da so pri danem rdečem premiku (večjemu od 0.5), torej pri dani hitrosti ' v ', magnitude supernov veliko večje (**to pomeni, da je supernova šibkejša**), kot napove teoretični model [$m = m_0 + 5 \cdot \log(c \cdot z / (H \cdot R_0))$], ki smo ga izpeljali pravkar. Iz meritev torej

sledi, da je supernova dlje (saj je po svetlosti šibkejša: $R = R_0 \cdot 10^{-(m_0 - m)/5}$), kot bi pričakovali in kot izhaja iz Hubblovega zakona. Spodnja povezava kaže dilemo izmerjenih magnitud ($m_{izmerjena}$).

$$m_{izmerjena} > m_0 + 5 \cdot \log(c \cdot z / (H \cdot R_0)) - \text{ZAKAJ?}$$

Kako bi razrešili to uganko – rešilna misel konca 20. stoletja (vredna Nobelove nagrade) je bila, da je supernova šibkejša zato, ker se vesolje širi pospešeno. Za dokaz navedimo najbolj banalen primer – no, saj vsi poznamo enostaven izraz za pot pri enakomerno pospešenem (pojemajočem) gibanju:

$$s = v_0 \cdot t \pm a \cdot t^2 / 2.$$

Če bi se vesolje ustavljalo v širitvi, kot smo »samoumevno« predvidevali v naši mladosti, bi bil pospešek negativen. Ker pa je pospešek 'a' »očitno« pozitiven, je supernova naredila več poti (zgolj simbolično velja: $s = v_0 \cdot t + a \cdot t^2 / 2$), kot smo pričakovali in je zato dlje od nas, je torej šibkejša.

Seveda je na mestu tudi dvom, kaj če na poti absorbcija zmanjša magnitudo supernov (recimo, da absorbcije ne moremo korektno detektirati), kaj če ne poznamo dovolj supernov ali pa smo kaj spregledali (recimo izgubo energije fotonov zaradi Dopplerjevega pojava, itn).

Ena izmed različic kozmologije, ki (seveda) oporeka standardnemu modelu vesolja, izhaja iz gostote energijskega toka 'j': $j = j_{sn} / (z^2 \cdot (z+1))$.

Na meritve prilagodijo funkcijo: $m = M + 5 \cdot \log(z) + 2.5 \cdot \log(z+1) + C$. Za C so podane različne vrednosti, recimo 24.020. To je »fitna« funkcija na realne meritve, ki bi naj upoštevala vse vplive na poti svetlobe od supernove do Zemlje. Kdo ima prav? Trenutno so v prednosti zagovorniki pospešenega vesolja (Nobelova nagrada je nedvoumna - zaenkrat)!

Sicer pa - kot smo že povedali – so bili astronomi zelo pozno deležni prve Nobelove nagrade.

Povzetek razlage – zakaj so supernove manj svetle od pričakovanj!

Rdeči premik ($z = v/c = \Delta\lambda/\lambda$) kaže na manjšo hitrost 'v', kot izhaja iz svetlosti supernove, ki je temnejša – je torej dlje. Zakaj - ker se je v tem času vesolje širilo pospešeno.

Tako je potrebno spet vpeljati Einsteinov kozmološki člen ($W = W_k + W_p + W_{p\Lambda}$, ali $E = E_k + E_p + E_{p\Lambda}$, *zadnji člen je potencialna energija kozmološkega člena*), ki pa sedaj ne drži vesolja v ravnovesju, ampak ga celo pospešeno širi. K skupni energiji dodamo potencialni člen temne energije ($-\Lambda m c^2 R^2 / 6$), po klasični sliki (po analogiji prožnostne energije, ki recimo z x^2 potiska vzmet narzen):

$$W = W_k + W_p + W_{p\Lambda} = m v^2 / 2 - G M m / R - \Lambda m c^2 R^2 / 6$$

Hitrost zamenjamo z $v = HR$, maso z $M = \rho V = \rho 4\pi R^3 / 3$, za energijo W (E) vstavimo preoblikovan izraz $2E/m = \text{konst } c^2 = k c^2$, izrazimo H, in da ne bomo izpeljevali vsega še enkrat, zapišimo kar spodnji rezultat. Friedmannovo enačbo smo tako dopolnili s kozmološkim členom (iz analogije s prvo obliko enačbe dobimo člen $\Lambda c^2 / 3$) in enačba se sedaj glasi:

$$H^2 = 8 \pi G \rho / 3 - k c^2 / R^2 + \Lambda c^2 / 3$$

Ali za: $H = (dR/dt)/R$

$$((dR/dt)/R)^2 = 8 \pi G \rho / 3 - k c^2 / R^2 + \Lambda c^2 / 3$$

Rešitev te enačbe je še nekoliko bolj zapletena (namig je spet sinh ...) in predstavlja **iskano rdečo krivuljo pospešenega širjenja**. Snovni barionski in temni gostoti se sedaj pridruži še gostota »snovi«, ki pripada temni energiji (Ω_Λ). Ocena (kot smo že namignili) vrednosti Ω_Λ je okrog 72 % (ali več):

$$\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m - \Omega_t - \Omega_s = 1 - 0.28 = 0.72 \rightarrow 72 \%$$

$$\Omega_m = \rho_m / \rho_c = 0.042 \quad \Omega_t = \rho_m / \rho_t = 0.24 \quad \Omega_s = \rho_m / \rho_s = 4.6 \times 10^{-5}$$

Na mestu je, da še enkrat ponovimo, da nekateri dvomijo v upravičenost takega modela.

Sam menim, da je bila Nobelova nagrada podeljena zelo pogumno, a ...

A sreča je na strani pogumnih – vsekakor trenutna slika (model) vesolja najboljše opiše vse merjene vrednosti in procese (recimo sevanje ozadja - temperaturo, svetlost supernov tipa Ia, itn). To je vsekakor ena, v vrsti mnogih, dopolnitev standardnega kozmološkega modela, ki skuša slediti konzistentnosti meritev in matematično-fizikalni razlagi. Dvom pa je seveda tudi del znanstvene metode (paradigme) – a ga ne smemo zamenjevati s prepovedjo določenih teorij, kot se je to dogajalo - zelo očitno tudi še v 20. Stoletju. Tudi naši generaciji, kjer smo se na veliko učili zgolj heliocentrične slike sveta (kar je zelo prav, a smo tako ostali zgolj na robu srednjega veka) – kozmologija pa je bila tabu tema (vsaj na nivoju osnovnega in srednješolskega izobraževanja) – standardni model vesolja je bil zamolčan. Religija materializma je (bila) kdaj bolj zabetonirana kot ostali klasični religiozni sistemi. To se še danes pozna. No, po svetu še zmeraj nekateri vztrajajo pri ravni Zemlji, kreacionizmu, ... Kaj poreči - lahko si pomagamo s staro modrostjo, da ima vsak tepček svoje veselje - hudo pa je, če so to recimo univerze, ministrstva, ...

Še danes mnogi slušatelji študija, ki se ukvarja z atomi, ne vedo, kje nastajajo težki elementi ...

Tukaj omenimo še zgodbo že omenjenega, danes skoraj pozabljenega, belgijskega fizika in teologa Éduarda Lemaîtrea. Leta 1927 objavi svojo svežo idejo ("A homogeneous Universe of constant mass and growing radius accounting for the radial velocity of extragalactic nebulae" – v »Annales de la Société Scientifique de Bruxelles«) in sicer, da se vesolje širi. V njej prvi izpelje Hubblov zakon in poda prvo opazovalno oceno »Hubblove konstante«. Takrat Einstein ni sprejel Lemaîtreve matematike in je zavrnil zamisel o širjenju vesolja. A Lemaître mu ni ostal dolžan in mu takole odgovori: "Vos calculs sont corrects, mais votre physique est abominable (Tvoja matematika je sicer pravilna, vendar je fizika nemogoča)." Kdo je imel prav, se ve – Lemaître. Da pa resnica ne sme pripadati vsakomur – tako je življenje – kaže prevod Lemaîtrevega dela leta 1931 v angleščino. Del teorije, ki se je nanašal na oceno "Hubblove konstante", ni bil preveden v angleščino - iz razlogov, ki (za nekatere) niso bili nikoli primerno obrazloženi. Podobnih primerov je v zgodovini ogromno - in tudi danes.

Še beseda o temperaturi vesolja in sevanju ozadja, zadaj je Stefanov zakon

Prasevanje ali mikrovalovno sevanje ozadja, se da vsaj približno ponazoriti z analogijo zvoka. Zelo popularen je primer koncerta, ko recimo velikanska množica na velikem travniku (recimo Woodstock) konča s ploskanjem po nekem dobrem »štiklcu« - kaj se zgodi z zvokom? V določenem območju poslušalci nehajo ploskati, a še slišijo oddaljeno ploskanje? Zakaj? Kljub temu, da so tudi na drugem (x) koncu travnika nehali ploskati, se to ploskanje (hitrost zvoka je približno 330m/s) z zakasnitvijo $t = x/330\text{m/s}$ širi do x metrov oddaljene skupine poslušalcev (velja tudi obratno). Seveda s časom, oddaljenostjo, jakost zvoka pada, enako je s prasevanjem. Seveda ima analogija svoje meje – je zgolj pomoč za lažjo predstavo!

Ali znamo kaj konkretnjšega povedati o termiki vesolja, kako se temperatura vesolja spreminja s časom?

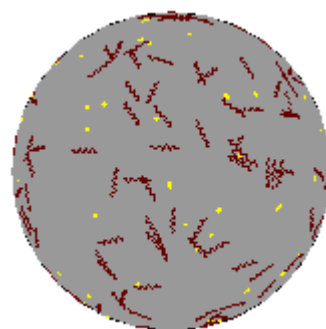
Recimo, da je na desni krogla iz N fotonov z energijo ($Nh\nu$), ki se širi – t. i. prasevanje (kozmično ozadje). Kako se s časom spreminja temperatura takega vesolja?

Najprej nakažimo razlago, zakaj velja za gostoto energije fotonov (w), v razširjajočem vesolju, izraz:

$$w \propto 1/R^4$$

in za gostoto energijskega toka fotonov j :

$$j = cw.$$



Energija fotona, paketa svetlobe, je $E_f = h\nu$, za hitrost svetlobe pa velja $c = \lambda\nu$. Simbol h je Planckova konstanta, ν je frekvenca.

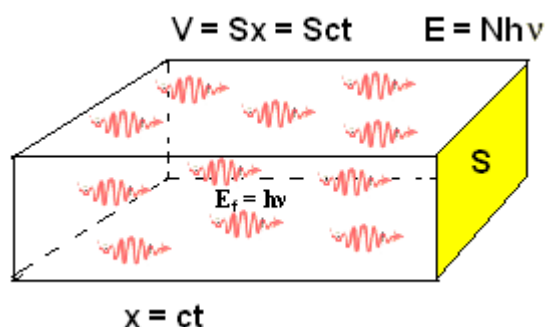
Gostota energije ($w = E/V$ – **energija na volumen**) fotonov prasevanja vesolja je:

$$w = NE_f/V \propto h\nu/R^3 \propto hc/(\lambda R^3),$$

ker pa velja sorazmernost med valovno dolžino in velikostjo R (iz Hubblovega zakona) $\lambda \propto R$, dobimo:

$$w \propto 1/R^4$$

In še beseda o gostoti energijskega toka fotonov $j = (E/t)/S$, S je površina skozi katero potujejo fotoni (glej sliko):



$$j = E/(tS) = Ec/(ctS) = Ec/(xS) = Ec/V = cw$$

Če poznamo Stefanov zakon ($j = \sigma * T^4$, **gostota energijskega toka elektromagnetnega valovanja črnega telesa 'j' je sorazmerna s Stefanovo konstanto σ in absolutno temperaturo T na četrto potenco**), in če privzamemo enačbo širjenja vesolja iz poglavja B2 ($R = R_0(t/t_0)^{2/3}$) s

kritično gostoto, in če privzamemo (smo tudi izpeljali), da gostota sevanja w pada z $1/R^4$, in da je gostota energijskega toka enaka $j=cw$, potem velja:

$$j = wc \propto 1/R^4 \propto T^4 \quad \rightarrow \quad T = R_0 T_0 / R \quad \rightarrow \quad T = T_0 (t_0/t)^{2/3}$$

Torej iz Stefanovega zakona izhaja znamenita enačba za časovno odvisnost temperature vesolja:

$$T = T_0 (t_0/t)^{2/3}$$

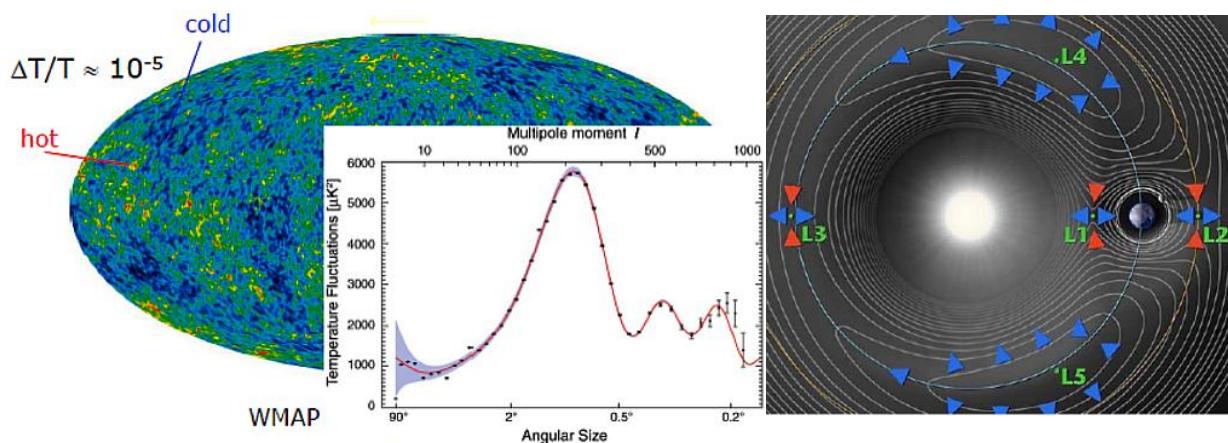
Vaja z razlago:

Po času $t = 380\,000$ let po velikem poku, se je snov začela razvijati neodvisno od sevanja – (pra)sevanje se ni več sipalo na plazmi, nastanejo atomi (vesolje je postalo prozorno) – temperatura je padla na $T = 3000$ K, plazma preide v plin, o dinamiki med delci (sedaj že nevtralnimi atomi, protoni ujamejo elektrone, energija sevanja pa je premajhna, da bi jih ionizirala) več ne odločajo električne sile, ampak začne svojo pot oblikovanja vesolja gravitacija, ki tako dokončno prevlada. Iz enačbe za temperaturo v odvisnosti od časa ($T = T_0 (t_0/t)^{2/3}$), izračunajmo trenutno temperaturo vesolja (mikrovalovnega sevanja ozadja ali tudi prasevanja). Za čas t_0 privzemimo starost vesolja $t_0 = 13.7$ milijard let. Velja:

$$T_0 = T(t/t_0)^{2/3}$$

Iz te enačbe dobimo za trenutno temperaturo vesolja $T_0 = 2,7$ K, kar se ujema z meritvami.

Zaključimo z rezultati misije WMAP

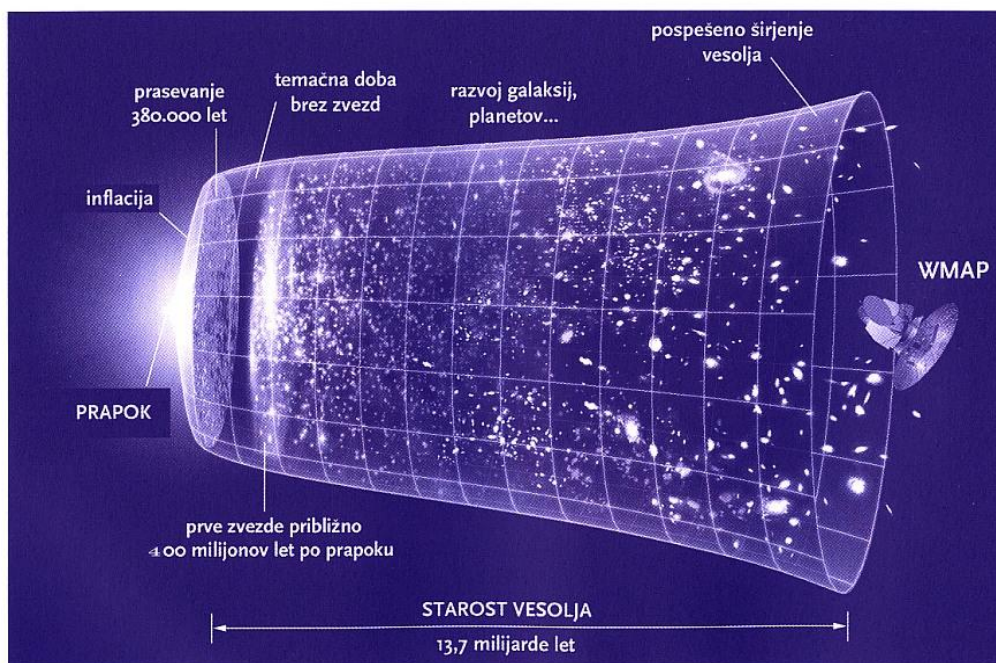


Slika prikazuje rezultate misije WMAP (sevalno prakarto vesolja). Sonda WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe – Wilkinsonova sonda mikrovalovne anizotropije) je snemala prasevanje (mikrovalovno ozadje - *cosmic microwave background* - CMB), oziroma nehomogenosti v tem spektru. Te nehomogenosti so primarno posledica zadnjega sipanja valovanja, delno pa posledica nastanka zgoščenin materije (interakcije med prasevanjem in vročim plinom in gravitacijskimi potenciali), iz katerih nastanejo zvezde, galaksije, jate galaksij – »mi sami«. Mikrovalovno ozadje in fluktuacije v tem sevanju so eden ključnih dokazov na katerih temelji standardni model vesolja – začetek z velikim pokom, eksponentno širjenje (inflacija), prevlada gravitacije, nastanek zvezd in galaksij.

NASA je izstrelila sondo WMAP leta 2001 in se nahaja v drugi Lagrangovi točki na zveznici Zemlja – Sonce in tako zmeraj meri sevanje stran od Sonca in Zemlje. Sevanje meri s kotno ločljivostjo 0.2° - razlike v temperaturi (nehomogenosti) so zelo majhne, komaj nekaj 10^{-5} K. Detektorji so ohlajeni pod 0.3 K. Mikrovalovno ozadje ima zelo homogeno temperaturo (relativne razlike od povprečja, ki je trenutno še vedno 2,7 kelvina, so samo reda velikosti 5×10^{-5} K). Rezultati se zelo dobro ujemajo z modelskimi napovedmi. Vrhovi na grafu kažejo zanimive fizikalne značilnosti. Kotna lestvica prvega vrha določa ukrivljenost vesolja (ne pa tudi njegove topologije). Naslednji vrh - razmerje lihih vrhov proti sodim - določa zmanjšano barionsko gostoto. S tretjim vrhom se lahko določijo informacije o gostoti temne snovi.

Sonda WMAP je dodatno podprla in hkrati dopolnila standardni model vesolja, za katerega veljajo naslednje ocene (leto 2012):

- a) $H_0 = 73.2 \pm 0.3 \text{ km/s/Mpc}$ - Hubblova konstanta
- b) $t_0 = 13.73 \pm 0.15$ milijard let - starost vesolja
- c) $t = 380\,000$ let po velikem poku se je snov začela razvijati neodvisno od sevanja – (pra)sevanje se ni več sipalo na plazmi (vesolje je postalo prozorno) – temperatura je padla na $T = 3000 \text{ K}$, plazma preide v plin, med delci več ne odločajo električne sile, ampak začne svojo pot gravitacija, ki prevlada. Od tega trenutka velja enačba za temperaturo v odvisnosti od časa $T = T_0(t_0/t)^{2/3}$ – »enačba je podobna enačbi za širjenje vesolja (dokaz zgoraj)«. Iz te enačbe dobimo za trenutno temperaturo vrednost $T_0 = 2,7 \text{ K}$, kar se ujema z meritvami. Enačba $T = T_0(t_0/t)^{2/3}$ izhaja direktno iz Stefanovega zakona, njeno razlago in izpeljavo smo podali v prejšnjih poglavjih.
- d) Inflacijski model napihovanja zelo mladega vesolja je potrjen (s Seljakovo metodo vrtnične polarizacije prasevanja zaradi gravitacijskih valov inflacije) - ko je bilo vesolje staro 10^{-35} s, se je inflatorno razširilo na 10^{30} -kratno vrednost.
- e) Prve zvezde se pojavijo nekaj 100 milijonov let po velikem poku.
- f) Vesolje se bo (naj bi se?) večno pospešeno širilo.



Zgodovina vesolja (ilustracija: NASA/WMAP Science Team)

Današnji pogled na razvoj - model - vesolja v grafični podobi – meritve sonde WMAP.

Še nenavaden zaključek. Toliko žensk (čeprav samo dve) ni omenjenih in predstavljenih s portretoma, v nobenem pregledu zgodovine kozmologije, kot v tem.

Marsikaj smo poenostavili, privzeli, preskočili - a to je le pomoč za nadaljnje brskanje po sliki in dinamiki vesolja. Do Friedmannove enačbe smo prišli preko Newtonove mehanike, ki pa je vseeno pravilna rešitev Einsteinovih enačb splošne teorije relativnosti. Pri tem smo kršili kozmološko načelo, da je vesolje v vseh smereh enako – kar pri gruči galaksij (naš model) v sliki Newtonove mehanike ne velja, saj ima ta Newtonov oblak galaksij rob. A prišli smo do verodostojnih rešitev preko osnovnega gimnazijskega znanja fizike in matematike – to je bil eden izmed namenov pregleda zgodovine kozmologije (vede o življenju in razvoju vesolja, tudi o nas samih).

Še Einsteinova najsrečnejša misel v življenju.

A. Einstein je skozi okno svoje pisarne na Patentnem uradu v Bernu opazoval krovca na sosednji strehi (leto 1906).



Pomislil je, kaj bi se zgodilo, če bi možak padel v globino. "Če človek prosto pada, ne čuti teže. Postal sem razburjen. Ta preprosta misel je name naredila globok vtis. Približala me je teoriji gravitacije." Kasneje je Einstein svoj miselni poskus s krovcem označil kot najsrečnejšo misel svojega življenja.

Nič težnosti, nič gibanja. Tudi moderni "krovec", astronaut, prosto pada in zato zanj ni težnosti, poleg tega pa lahko povsem utemeljeno trdi, da miruje. Drugi opazovalci lahko vidijo dogajanje drugače, toda to na astronautova opažanja in meritve ne vpliva.

Kaj vse torej vpliva na poti človeškega razmišljanja in delovanja!?

Povzel: Vičar Zorko

Maj 2012, »Šentvid«

Literatura:

- Modern Astrophysics [Bradley W. Carroll, Dale A. Ostlie]
- zapiski iz predavanj, splet, gradivo MLA2009, biografije, ...
- <http://www.thphys.may.ie/Notes/MP467/cosmology-2.pdf>
- <http://icc.dur.ac.uk/~tt/Lectures/UA/L4/cosmology.pdf>

ps – dopuščam nedoslednosti ..., spodaj so spremembe

Dodatki 2013:

Misija Planck je leta 2013 ocenila Hubblovo konstanto na:

$H = 67.80 \pm 0.77 \text{ km/s/Mpc}$

Starost vesolja pa na:

$t_0 = 13.8$ milijard let